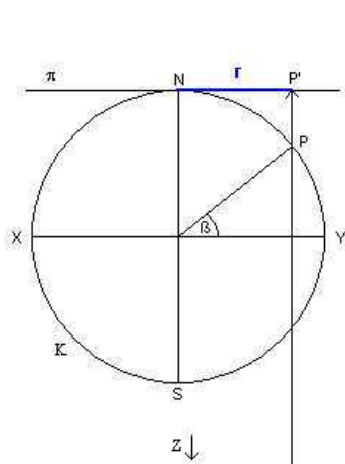


## 4 Beispiele

### 4.1 Azimutale Entwürfe

#### 4.1.1 Orthographische Projektion

Hierbei handelt es sich um eine orthogonale Parallelprojektion auf eine Tangentialebene an die Kugel.



P Punkt auf der Erdoberfläche  
 P' Bild dieses Punktes  
 Z Streckungszentrum, liegt hier im unendlichen  
 XY Äquator  
 NS Erdachse  
 π Bildtafel  
 K Erdkugel  
 β Breite

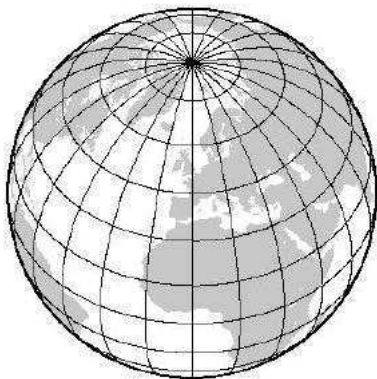
$$r = \cos \beta$$

$$\phi = \lambda$$

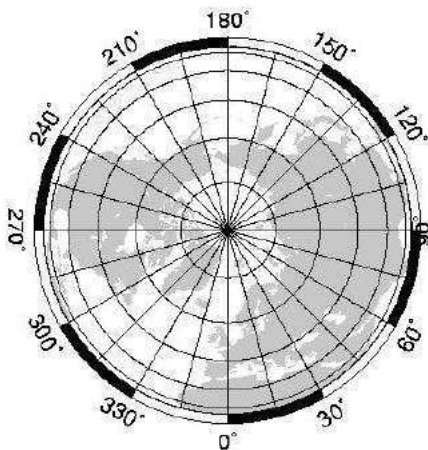
$\phi, r$  : Polarkoordinaten in der Bildebene

$\lambda, \beta$  : geografische Länge und Breite

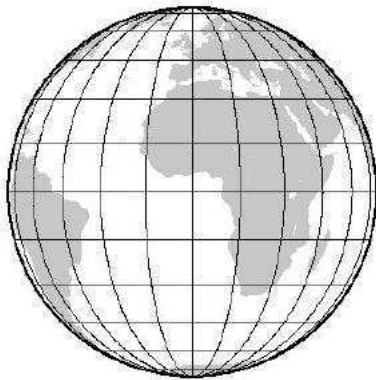
#### Beispiele:



Orthographische Projektion in allgemeiner Lage (Hauptpunkt im Beispiel: 0° östlicher Länge, 40° nördlicher Breite). Ein Bild kann maximal eine Halbkugel umfassen. Die Abbildung ist nicht flächentreu.



Orthographische Projektion in normaler Lage; dabei werden die Breitenkreise in wahrer Länge, Meridiane verkürzt abgebildet.



Orthographische Projektion in transversaler Lage (Hauptpunkt im Beispiel:  $0^\circ$ östlicher Länge,  $0^\circ$ nördlicher Breite)

### Anwendung:

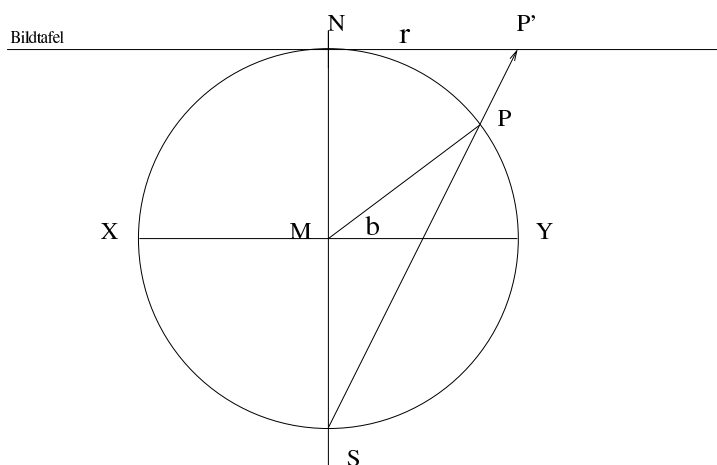
Wegen der großen Entfernung erscheinen die Bilder von Sonne, Mond und Planeten in einem Fernrohr bzw auf Photoaufnahmen näherungsweise in orthographischer Projektion. Deshalb bildet die orthographische Projektion die Grundlage kartographischer Darstellungen dieser Objekte.

### Historisches:

Benutzung bei den Weltatlanten aus dem Jahre 1515 von *Stab* und *Dürer* (vgl. auch [8]).

### 4.1.2 Stereographische Projektion

Die stereographische Projektion ist eine konforme Abbildung der Oberfläche der Einheitskugel in eine Ebene. Sie wird i.A. in Lehrbüchern zur Funktionentheorie besprochen. Dort finden sich auch die Sätze über die Konformität bzw. die Tatsache, daß konforme Abbildungen Kreise wieder in Kreise überführen (Kreistreue). Leider verzichten moderne Darstellungen auf die Beweise bzw. verlagern sie in Übungsaufgaben. Privalov gibt 1958 die Beweise an [Pr57]. Die Abbildungsgleichungen lassen sich leicht aus folgender Skizze ableiten.



Stereographische Projektion

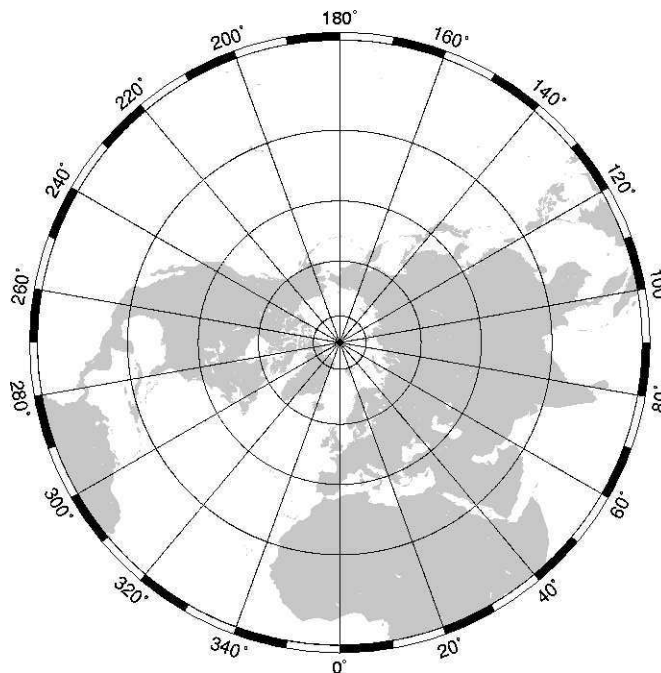
**Normale Lage:** Obwohl sich die Abbildung auch in schiefer (allgemeiner) Lage berechnen läßt, hat sie in normaler Lage Bedeutung erlangt. Im folgenden wird die polare Abbildungsgleichung für das Gebiet um den Nordpol angegeben. Der Südpol wird dabei "nach

Unendlich geworfen“.

$$r = k \tan \left( \frac{\pi}{4} - \frac{b}{2} \right) , \quad \varphi = \pi - l$$

Hierbei sind  $r$  und  $\varphi$  die Polarkoordinaten in der Bildebene,  $l$  die geographische Länge,  $b$  die geographische Breite und  $k$  ein Maßstabsfaktor.

Die Projektion eignet sich zur Darstellung der Gebiete um den Pol und stellt damit eine Ergänzung zur ebenfalls konformen Mercatorabbildung dar. Die Längenverzerrungen sind abhängig von  $b$ . Mit  $k = 2$  wird erreicht, daß die stereographische Abbildung der Einheitskugel auf die Ebene am Pol längentreu ist.



Stereographische Abbildung der Nordhalbkugel in normaler Lage.

Transversale und schiefe Lage sind selbstverständlich auch bei der stereographische Abbildung möglich. Damit eignet sie sich zur Abbildung kreisförmiger Gebiete.

#### Anwendung:

- UPS: Auf einer stereographische Projektion mit einem Skalierungsfaktor  $k = 0,994$  am Hauptpunkt wird in Analogie zu dem UTM System für die Polarregion (südlicher als  $80^\circ\text{S}$  und nördlicher als  $84^\circ\text{N}$ ) das **Universal Polar Stereographic Gitter (UPS)** eingeführt.

*Projektion:* Der Skalierungsfaktor ist auf Breitenkreisen konstant und dient wie bei Schnitzylinderabbildungen zur Verringerung der Maximalverzerrungen. Der Kreis mit etwa  $81^\circ 07'$  Breite wird in wahrer Größe abgebildet, die Verzerrung wächst auf 1.0016076 bei  $80^\circ 00'$  und erreicht einen Maximalwert von 1.0023916 bei  $79^\circ 30'$  Breite (Überlappungszone zu den Darstellungen mit UTM-Koordinaten).

*UPS-Koordinaten:* Das UPS-Gitter besteht analog zum UTM-Netz aus Quadraten.

Es läßt sich damit nicht direkt aus benutzten Kartenprojektionen ableiten. Die Maschenweite des Netzes beträgt 100 km (?), die Bezeichnung der Maschen kann dem Dokument von P. Dana entnommen werden. Beispiel: WGS-84 (85:40:30,0 N, 85:40:30,0 O) entspricht den UPS-Koordinaten ZGG7902863771. Verweise:

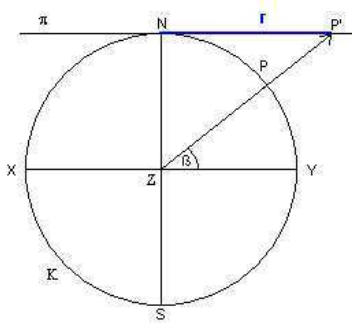
- DEFENSE MAPPING AGENCY: TECHNICAL MANUAL 8358.1 (DATUMS, ELLIPSOIDS, GRIDS AND GRID REFERENCE SYSTEMS)<sup>20</sup>
- P. Dana: Coordinate Systems Overview
- Mit ellipsoidischen Daten wird sie in normaler Lage zur Darstellung der Polgebiete bei der Internationalen Weltkarte benutzt.

### 4.1.3 Gnomonische Projektion

Zentralprojektion der Erdkugel aus Ihrem Mittelpunkt auf eine Ebene. Als Bildebene dient meist eine Tangentialebene. Berührt diese die Kugel in einem Pol (normale Lage), spricht man auch von *gnomonischer Polarprojektion*, bei transversaler Lage von *gnomonischer Äquatorialprojektion*.

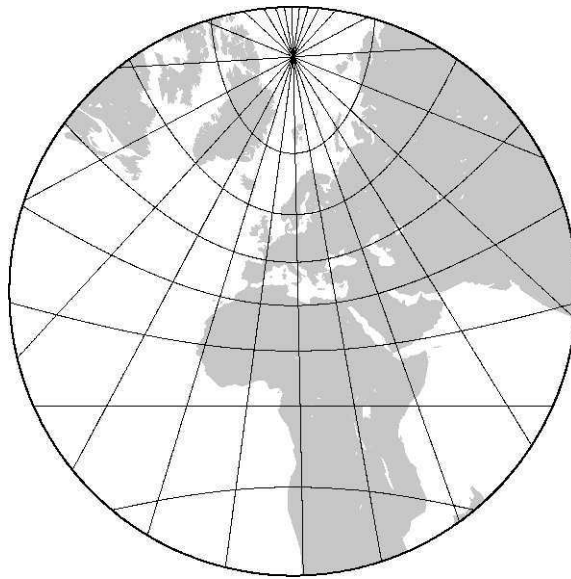
#### Eigenschaften:

Aus der Beschreibung der Projektion folgt unmittelbar, daß sich jeder Großkreis der Kugel als Gerade abbildet. (Der Großkreis ist der Schnitt einer Ebene  $E$  durch den Kugelmittelpunkt mit der Kugeloberfläche. Schneidet man  $E$  mit der Bildebene, ergibt sich eine Gerade.) Als Folge dieser Eigenschaft ist die Projektion weder winkeltreu noch flächentreu.

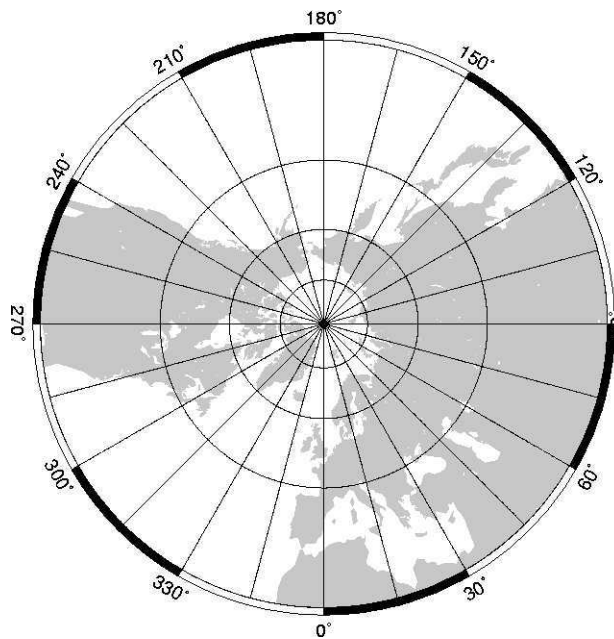


P	Punkt auf der Erdoberfläche
P'	Bild dieses Punktes
Z	Streckungszentrum, liegt hier im unendlichen
XY	Äquator
NS	Erdachse
$\pi$	Bildtafel
K	Erdkugel
$\beta$	Breite
$r = \cot \beta$	
$\phi = \lambda$	
$\phi, r$	Polarkoordinaten in der Bildebene
$\lambda, \beta$	geografische Länge und Breite

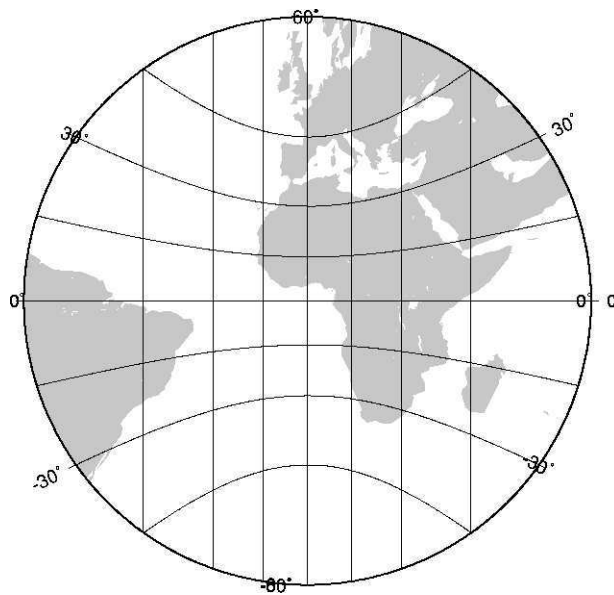
<sup>20</sup><http://164.214.2.59/GandG/tm83581/toc.htm>

**Beispiele:**

Gnomonische Abbildung in allgemeiner Lage



Gnomonische Abbildung in normaler Lage



Gnomonische Abbildung in transversaler Lage

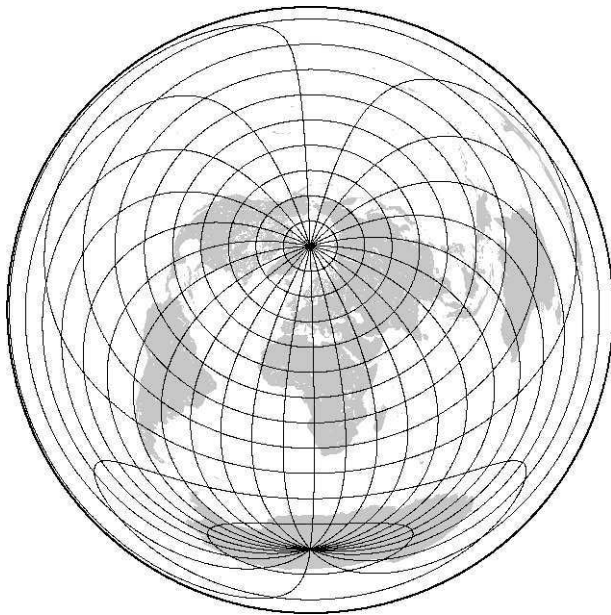
#### Anwendung:

- Wegen der Abbildungseigenschaft der Großkreise fliegt man mit einer *Flugkarte* dieser Abbildung nur entlang dem Urbild einer Verbindungsstrecke zwischen zwei Orten, um die kürzeste Route zwischen diesen Orten zu benutzen.
- In der Astronomie und Satellitengeodäsie bildet die gnomonische Projektion die mathematische Grundlage für die Auswertung von Fotoaufnahmen. Gemessen an den Fixsternentfernungen ist der Erdradius vernachlässigbar klein, so daß sich die Fotoabbildung in sehr guter Näherung als Zentralprojektion der Himmelskugel auf die Filmebene des Fotoapparates betrachten läßt, wobei die Linse der Kamera das Projektionszentrum darstellt und sich im Mittelpunkt der scheinbaren Himmelskugel befindet.

#### Historisches:

Diese Abbildung war bereits in der Antike bekannt. **Thales von Milet** (um 625 v.Chr. - 545 v.Chr) soll die Eigenschaften bereits gekannt haben.

#### 4.1.4 Mittenabstandstreuer azimutaler Entwurf von Lambert



Alle Strecken, die vom Mittelpunkt der Karte (hier 13° östliche Länge, 52° nördliche Breite) ausgehen, werden längentreu abgebildet. Das Azimut in der Realität entspricht dem Azimut in der Karte. In der Umgebung des Hauptpunktes wird verzerrungsfrei abgebildet, dort ist die Abbildung auch winkeltreu.

#### Anwendung:

- Erdbebenauswertung: Azimutale Karte mit Standort des Seismometers als Hauptpunkt ist den Ausgabedaten Azimut und Richtung zum Erdbebenzentrum angepaßt.
- Kurzwellenfunkverkehr: Azimutale Karte mit dem Standort der Funkstation als Hauptpunkt ermöglicht einfache Feststellung der Richtung und Entfernung zur Gegenstation und so die Ausrichtung der Antenne bzw. die Anzahl der Reflektionen der Funkwellen an der Ionosphäre.
- Darstellung der gesamten Erde durch zwei transversale Abbildungen der östlichen und der westlichen Halberde.

#### Software:

Der kanadische Softwarespezialist und Amateurfunker Tony Field (VE6YP)<sup>21</sup> stellt u.a. das Programm „Azimuth Map V3.2“ kostenlos zur Verfügung. Es erlaubt den Druck von (Amateurfunk-)Weltkarten bis maximal 1 Meter Größe in azimutaler Projektion oder als Plattkarte. Bei der azimutalen Projektion können das azimutale Koordinatensystem im Hauptpunkt oder die geographischen Koordinaten wahlweise eingeblendet werden.

#### Historisches:

- Der Entwurf wurde 1569 bereits für die normale Lage des Hauptpunktes von Mercator untersucht und zur Darstellung der Polgebiete verwendet.
- 1772 für allgemeine Lage des Hauptpunktes von J.H. Lambert (1728-1777) untersucht.

<sup>21</sup><http://www.nucleus.com/~field>

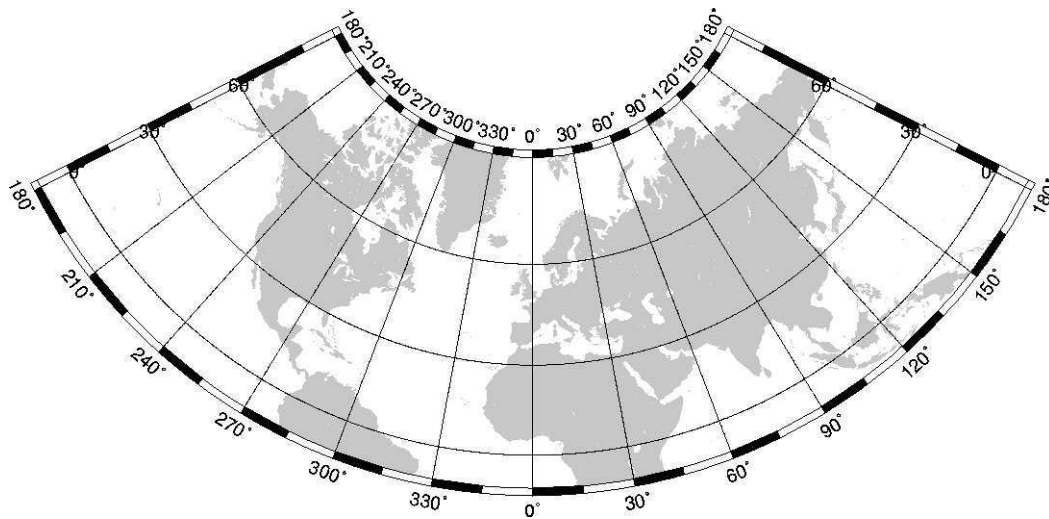
## 4.2 Kegelabbildungen

### 4.2.1 Winkeltreue Kegelabbildung von Lambert

Durch geeignete Wahl von die Abbildung beschreibenden Parametern lassen sich mehrere Formen unterscheiden:

- mit längentreuem Grundkreis
- mit zwei längentreuen Horizontalkreisen

**Beispiel:**



**Historisches:**

Diese Abbildungen wurde von Lambert (1728 - 1777) untersucht.  
Anwendung: Tactical Pilot Chart (TPC) - Karten der Luftfahrt.

### 4.2.2 de l'Isle

### 4.2.3 Bonnesche Projektion

- 1752 vom französischen Geographen und Ingenieur Rigobert Bonne (1727 - 1795) entwickelt
- flächentreuer unechter Entwurf mit längentreuer Wiedergabe der Breitenkreise
- Verallgemeinerung des Entwurfs von Stab / Werner; durch Einführen eines zusätzlichen Parameters kann die Rechtschnittigkeit für einen vorgebbaren Breitenkreis erzielt werden.

**Historisches:**

In der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts wurden Karten Frankreichs, der Schweiz, Belgiens, Hollands, Schottlands, Irlands, Bayerns und Badens in dieser Abbildung erstellt. Später setzte Kritik wegen der Schiefschnittigkeit in den Randgebieten des Netzes ein.

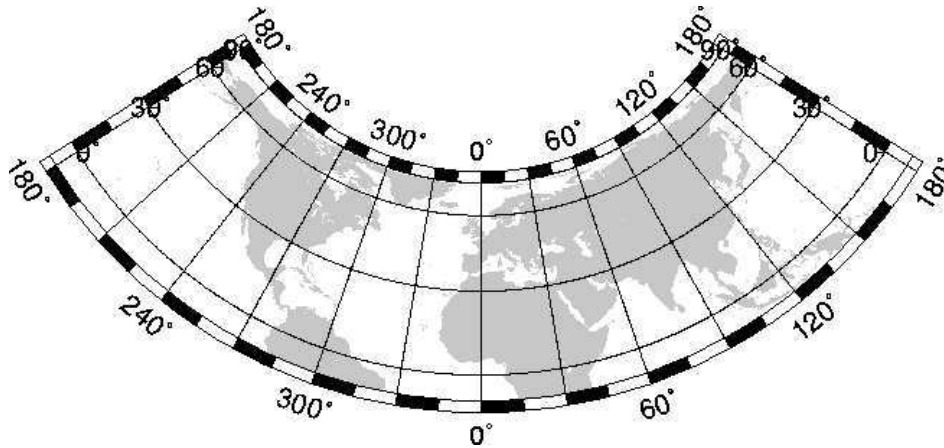


#### 4.2.4 Stab-Werner-Entwurf

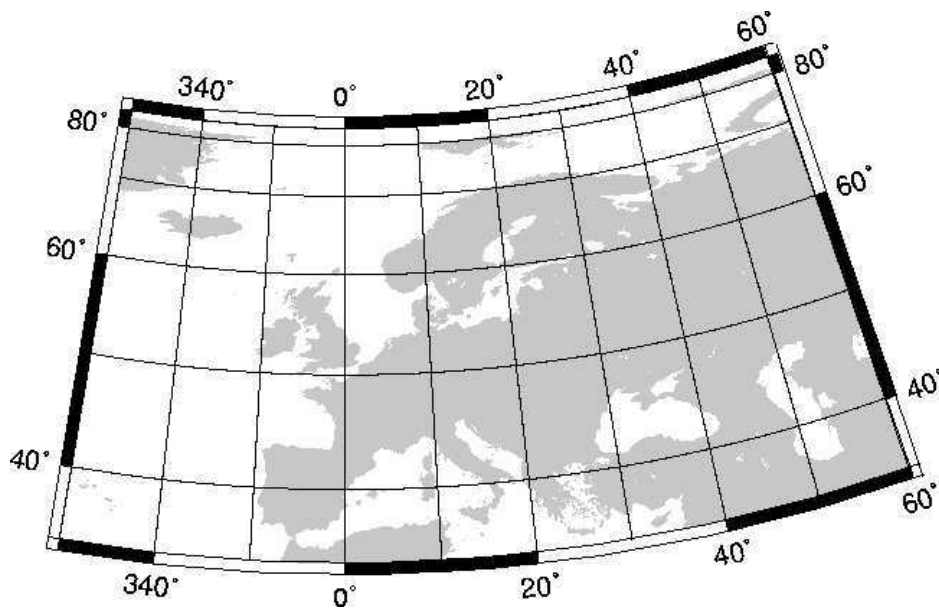
Dieser unechte Entwurf ist ein Sonderfall der Bonneschen Projektion.

#### 4.2.5 Flächentreuer Kegelentwurf von Albers

Hierbei handelt es sich um einen flächentreuen Kegelentwurf mit zwei längentreuen Horizontalkreisen.



*H.C. Albers* Entwurf der nördlichen Halbkugel (bis  $10^{\circ}\text{S}$ ) mit den längentreuen Breitenkreisen  $0^{\circ}$  und  $40^{\circ}$  nördlicher Breite. Der Nordpol wird auf einen Kreisbogen (oberer Kartenrand) abgebildet.



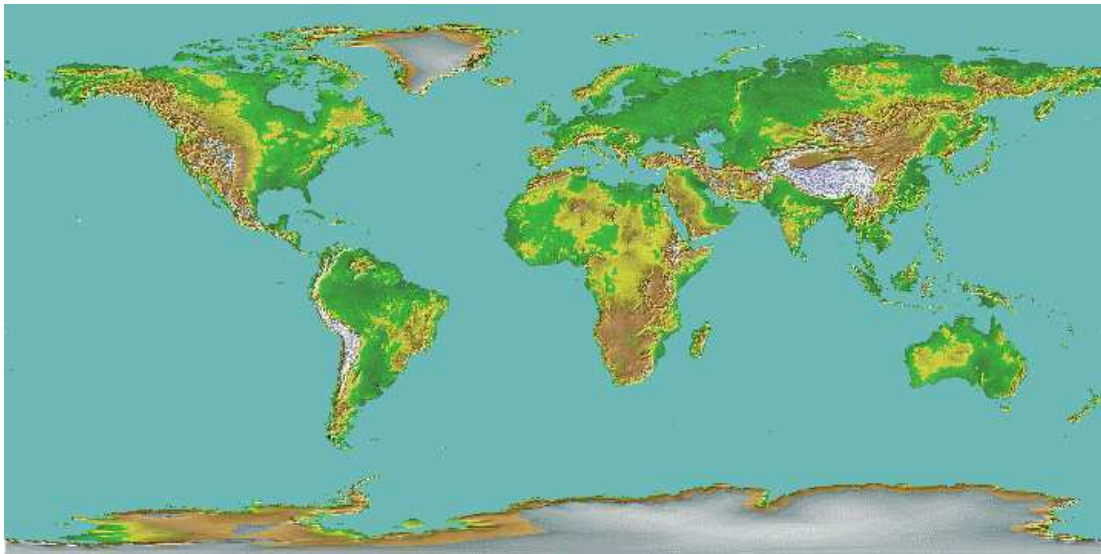
Europakarte in diesem Entwurf. Deutlich ist die nichtäquidistante Lage der Breitenkreise zu erkennen.

## 4.3 Zylinderabbildungen

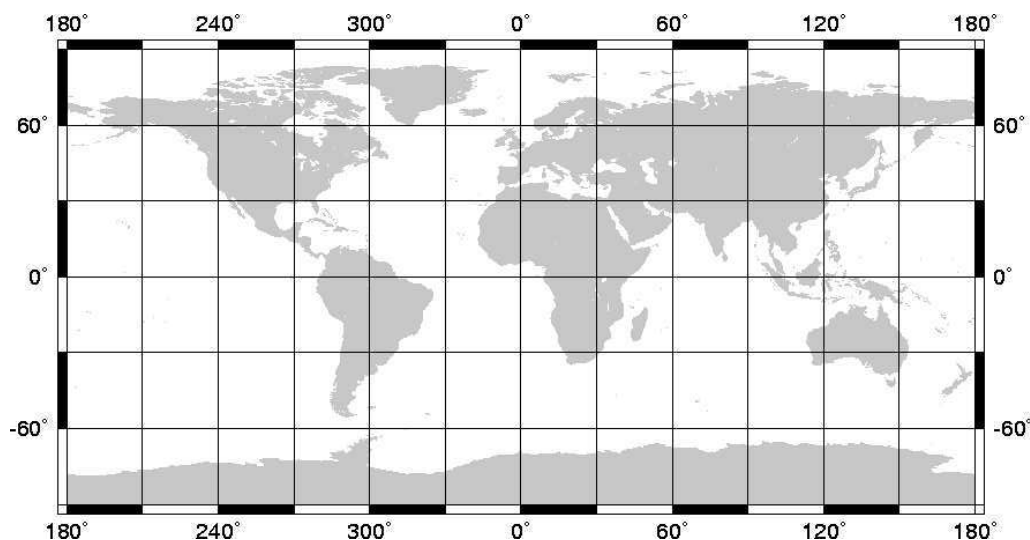
### 4.3.1 Quadratische Plattkarte

Eine quadratische Plattkarte ist eine Zylinderabbildung mit längentreuen Hauptkreisen. Die Kugeloberfläche mit dem Radius  $R$  wird in ein Rechteck mit Seiten der Längen  $2R\pi$  und  $R\pi$  transformiert. Das Bild eines äquidistanten Netzes des azimutalen Koordinatensystems der Kugel entspricht dem Netz von quadratischen Maschen in diesem Rechteck.

**Beispiele:**



Farbige Plattkarte, Quelle: NOAA National Data Center<sup>22</sup>



Plattkarte der Erde in normaler Lage

**Software:**

Der kanadische Softwarespezialist und Amateurfunker Tony Field (VE6YP)<sup>23</sup> stellt u.a.

<sup>22</sup><http://www.ngdc.noaa.gov/seg/topo/globe.shtml>

<sup>23</sup><http://www.nucleus.com/~field>

das Programm „Azimuth Map V3.2“ kostenlos zur Verfügung. Es erlaubt den Druck von (Amateurfunk-)Weltkarten bis maximal 1 Meter Größe in azimutaler Projektion oder als Plattkarte. (VE6YP schreibt zwar in seiner Ankündigung, daß es sich um die Mercator-Projektion handele, dies ist bei der am 23.9.99 im WWW erhältlichen Version definitiv falsch.)

#### 4.3.2 Flächentreuer azimutaler Entwurf von Lambert

Beispiele:

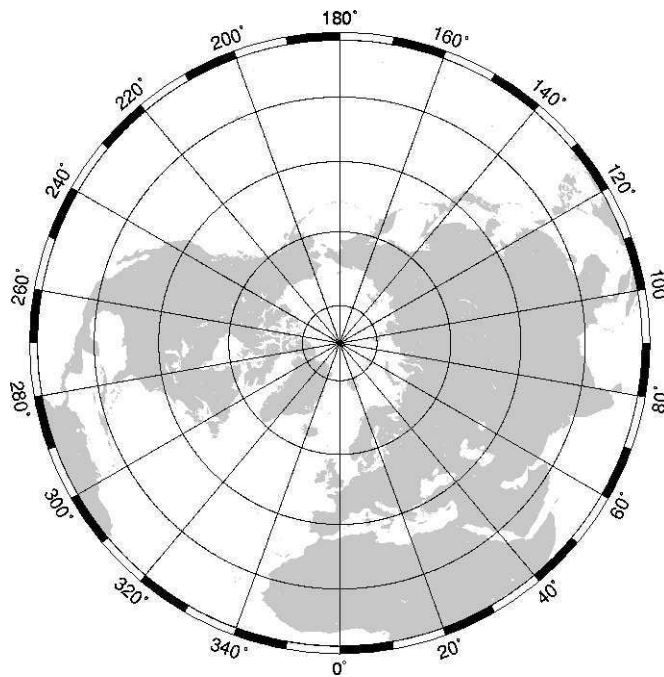


Abbildung der nördlichen Halbkugel. Wie bei den Meridianen wurden auch die Breitenkreise im Abstand von 20 Grad am Äquator beginnend eingezeichnet.

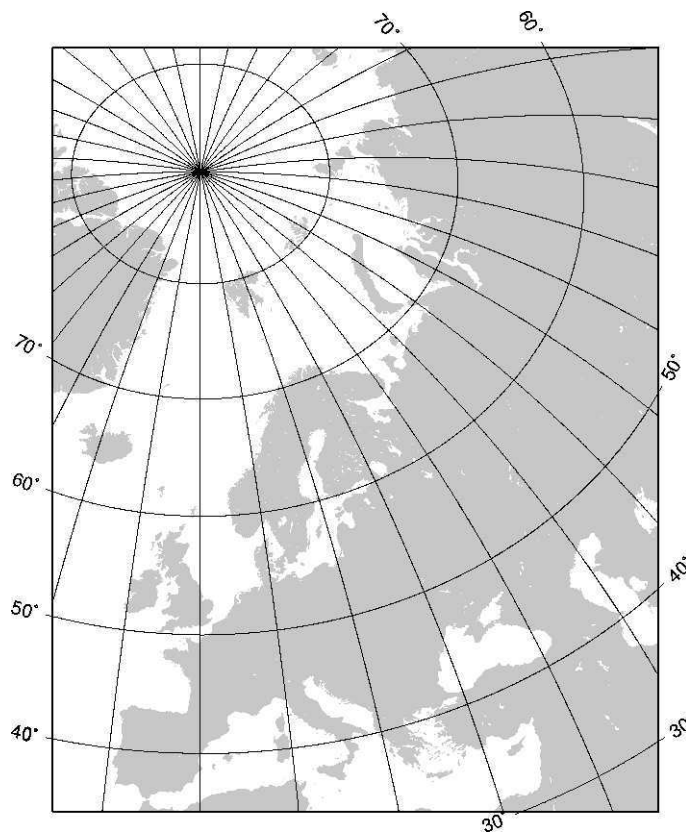


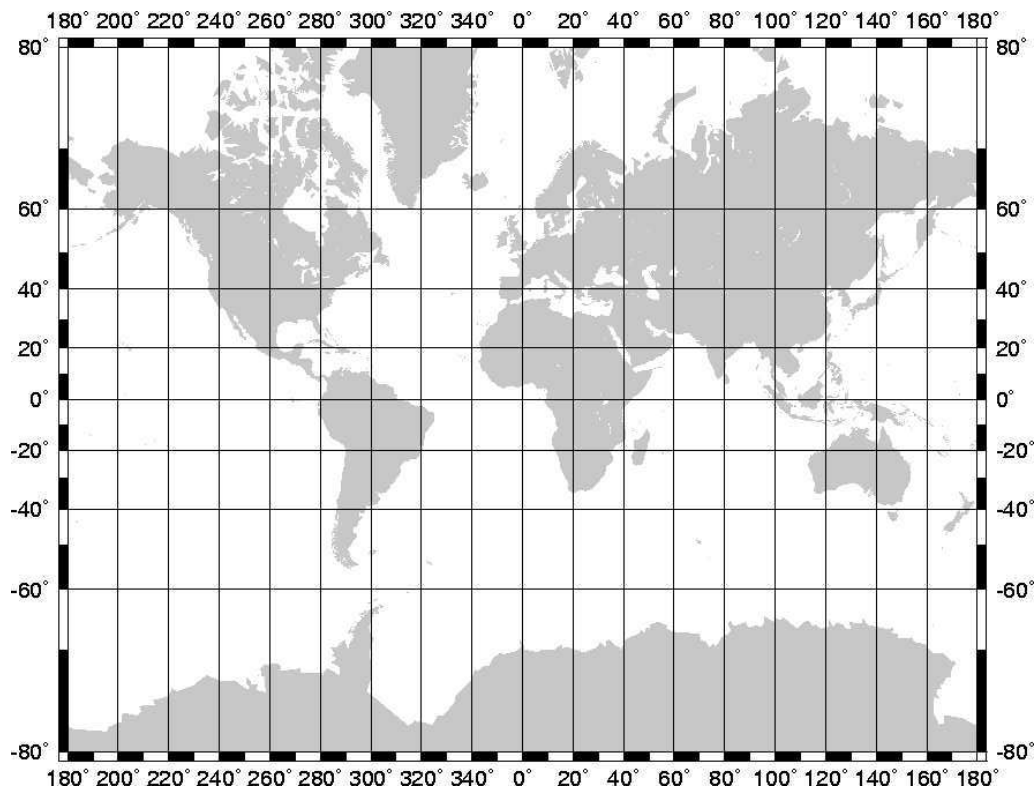
Abbildung Europas und Nordsibiriens mit dem Hauptpunkt:  $0^\circ$  östlicher Länge,  $45^\circ$  nördlicher Breite. Die Meridiane und Breitenkreise wurden im Abstand von  $10^\circ$  eingezeichnet.

### 4.3.3 Mercatorkarte, Mercatorabbildung

Sie wird durch eine konforme Abbildung der Kugelfläche in einen Streifen der Ebene vermittelt. Abbildungsgleichung für normale Lage:

$$x = \ln \tan \left( \frac{\pi}{4} + \frac{b}{2} \right), \quad y = l$$

Dabei sind  $l, b$  die geographische Länge bzw. Breite,  $x$  der Hochwert und  $y$  der Rechtswert.



Die Bilder der Meridiane sind offensichtlich äquidistant; die Abstände der Breitenkreise vergrößern sich zu den Polen hin. An den Polen hat die Abbildung Singularitäten und ist deshalb dort unbrauchbar. Die Darstellungen der Erde in dieser Projektion enden somit bei ca. 80 Grad Breite. Die Polgebiete werden mit einer anderen Abbildung (vgl. Stereographische Projektion) dargestellt.

#### Anwendungen:

- Grundlage von Seekarten, da sie alle Loxodromen der Kugelfläche in Geraden abbildet.
- Kartographische Aufnahme der Insel Sumatra (zwischen 6°nördlicher Breite und 6°südlicher Breite).

#### Historisches:

*Gerhard Kremer (1512-1594)*, genannt Mercator, erstellte erstmalig 1569 in Duisburg eine Karte mit dieser Abbildung. Eine ausführliche Darstellung aus dem Jahre 1892 findet sich bei [4]. Mercator hatte für seine Weltkarte in Deutschland ein 14 Jahre gültiges Privileg erhalten, in Belgien ein zehnjähriges. Als dies erloschen war, erschien ein Antwerbener Nachdruck. Seine Rechte in Deutschland hatte er an eine Buchhändlergenossenschaft verkauft, die zur Ostermesse 1570 in Frankfurt eine Karte mit dieser Projektion verkaufte.

#### Querverweise:

- Mercatorprojektion in äquatorständiger Lage: (siehe Gauß sche Abbildung, S. 48)
- Verallgemeinerung auf dem Ellipsoid: Gauß - Krüger - Projektion S. 44
- UTM

#### 4.3.4 Gauß - Krüger - Entwurf

Dieser Entwurf ist eine transversale konforme Zylinderabbildung eines Rotationsellipsoids in die Ebene. *L. Krüger (1857 - 1923)* hatte die Idee, die Gaußsche Abbildung auf die Oberfläche eines Rotationsellipsoids zu übertragen und stelle dies in seiner Arbeit „Konforme Abbildung des Erdellipsoids in der Ebene“ im Jahre 1912 vor.

Um die Verzerrungen bei der Abbildung (beliebig) großer Gebiete klein zu halten, schlug er vor, das Erdellipsoid in (schmale) Meridianstreifen aufzuteilen und jeden Meridianstreifen getrennt abzubilden. Dabei sollte jeweils der Mittelmeridian als Berührungskreis (Grundkreis) dienen. Weiterhin solle für jeden Meridianstreifen ein eigenes orthogonales Koordinatensystem eingeführt werden, bei dem Mittelmeridian und Äquator die Achsen bilden und die Koordinaten eines Punktes sich als Abstand von den Achsen in Metern darstellen. Eine schöne Einführung in diese Gauß-Krüger-Koordinaten wurde von *T. Prinz* in Kapitel 1<sup>24</sup> seiner Vorlesung über das GPS an der Universität Münster gegeben. Die Gesamtdarstellung der Erde besteht aus der Kollektion aller Meridianstreifenbilder. Die Verbindung zwischen den Meridianstreifen solle nach Krüger dadurch hergestellt werden, daß für ein Überlappungsgebiet an den Rändern der Streifen für alle Punkte Koordinaten bezüglich der beiden dort überlappenden Streifen angegeben werden. Da die Meridianstreifenbreite bei den Anwendungen i.A. im Gradmaß festgelegt werden, ist die Streifenbreite in Kilometern abhängig von der geographischen Breite. Bei steigender geographischer Breite nimmt die Abmessung des Meridianstreifens ab. Als Folge enden die 1km-Linien der Rechtswerte bei einer bestimmten Breite. Wenn die Grenze zweier Meridianstreifen in einem Kartenblatt abgebildet wird, fällt dort ein Koordinatensprung auf, die fortlaufende Nummerierung der Rechtswerte ist dort gestört.

#### Anwendung:

- **Deutsches Gauß-Krüger-Koordinatensystem:**  
Einführung 1923 mit 4 Grad breiten Streifen (davon 1 Grad Überlappung), längentreuer Mittelmeridian. Grundlage ist das Bessel-Ellipsoid. Angaben auf der Südhalbkugel sind unüblich. Details beschreibt die oben genannte Vorlesung. Grundlage der topographischen Karten, vgl. hierzu Polyederaen bzw. Polyederabbildungen.
- **Ehemalige UdSSR und Warschauer Vertragsstaaten:**  
Meridianstreifen der Breite 3 Grad und 6 Grad, Referenzellipsoid Krassowskij. Die Dreigradstreifen entsprechen denen des deutschen Systems. Im Osten Deutschlands nach dem 3.10.1990 in einem Übergangszeitraum in Karten noch genutzt.
- **USA: UTM-System (Universal Transversal Mercator Grid System)**  
Meridianstreifen der Breite 6 Grad: 0 bis 6°, 6°bis 12°usw.; der Mittelmeridian wird verkürzt, um die maximalen Verzerrungswerte in einem Streifen zu verkleinern ( $k = 0,9996$ ). Damit wächst der Verkürzungsfaktor auf den Wert 1,0010 an den Rändern der Streifen in der Äquatorregion. Bezugskörper ist das Bessel-Ellipsoid von 1841. In Nord-Süd-Richtung wird nur das Gebiet zwischen 80°Süd bis 84°Nord zugelassen. (Für die Pole wird eine stereographische Azimutalprojektion angeschlossen, die zum UPS-Gitter führt.) Bei großmaßstäblichen Karten wird bei einem Wechsel in einen anderen Streifen, ein anderes Datum oder Ellipsoid ein minimales Anschlußgebiet von 40km beachtet. Das UTM Gitter reicht bis 80°30'S 84°30'N

<sup>24</sup>[http://ivvgeo.uni-muenster.de/Vorlesung/GPS\\_Script/kapitel1/main1-1.html](http://ivvgeo.uni-muenster.de/Vorlesung/GPS_Script/kapitel1/main1-1.html)

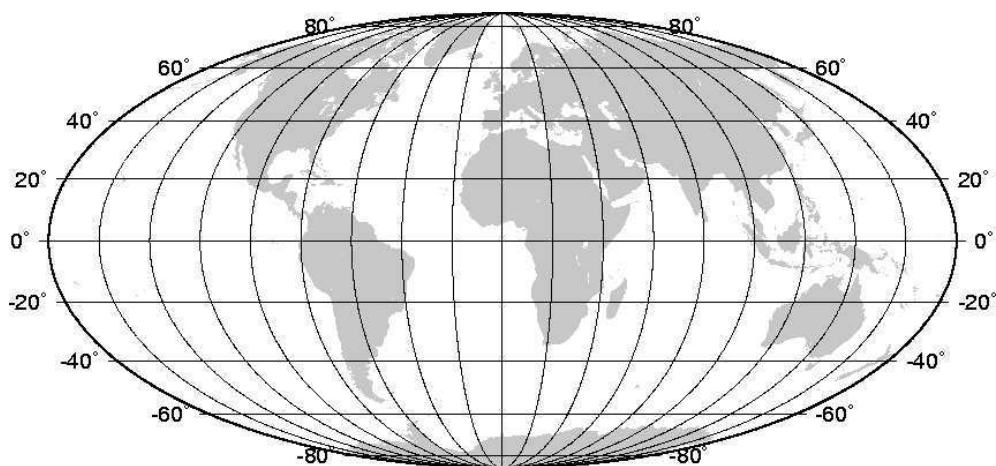
und überlappt so um 30 Minuten mit dem UPS-Gitter der Polregionen. Die angegebenen Quellen erhalten u.a. Hinweise, wie die UTM-Koordinaten aus einer Karte zu entnehmen sind. Die UTM-Angaben erfolgen in vier Bereichen, die für eine unterschiedliche Genauigkeit stehen: 4 Stellen (0491) auf 1000 Metern genau, 6 Stellen (042915) auf 100 Meter genau, 8 Stellen (04259152) auf 10 Meter genau, 10 Stellen (0425091520) auf 1 Meter genau.

- The Universal Transverse Mercator (UTM) Grid<sup>25</sup>
- DEFENSE MAPPING AGENCY: TECHNICAL MANUAL 8358.1 (DATUMS, ELLIPSOIDS, GRIDS AND GRID REFERENCE SYSTEMS)<sup>26</sup>
- Sam Wormleys UTM - Universal Transverse Mercator Resources<sup>27</sup>
- How to Read the Universal Transverse Mercator (UTM) Grid<sup>28</sup>
- Umrechnung geografischer Koordinaten<sup>29</sup>
- UTM Grid Zones of the World<sup>30</sup>

#### 4.3.5 Entwurf von Mollweide

- flächentreue unechte Zylinderabbildung mit elliptischen Meridianen
- die Breitenkreise gehen in Geraden, parallel zum Äquator über; sie sind nicht äquidistant
- der Maßstab ist nur für 40°44' Breite korrekt

#### Beispiel:



Weltkarte unter Benutzung des Entwurfs von Mollweide

#### Anwendungen:

Globale Abbildungen der Erde, bei denen die Aussage der Darstellung über Größenver-

<sup>25</sup><http://mapping.usgs.gov/mac/isb/pubs/factsheets/fs14297.html>

<sup>26</sup><http://164.214.2.59/GandG/tm83581/toc.htm>

<sup>27</sup><http://www.cnde.iastate.edu/staff/swormley/maps/utm.html>

<sup>28</sup><http://www.nps.gov/prwi/readutm.htm>

<sup>29</sup><http://www.umad.de/winkoord.htm>

<sup>30</sup><http://www.dmap.co.uk/utmworld.htm>

hältnisse der Flächen vermittelt werden soll.

#### Historisches:

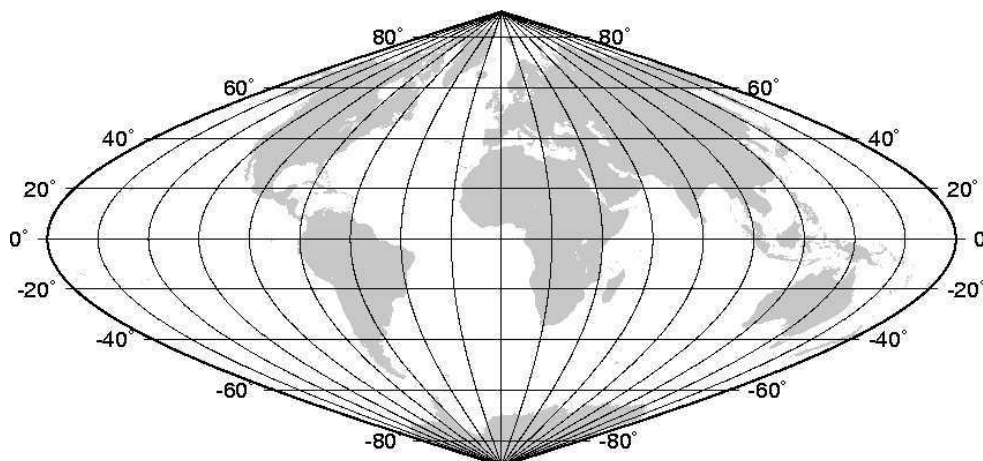
Dieser Entwurf wurde vom deutschen Astronomen *K.B. Mollweide* im Jahre 1805 angegeben.

#### 4.3.6 Mercator-Sanson-Entwurf

Dieser Entwurf wird auch *sinusoidale Projektion von Mercator* oder *flächentreuer Mercatorentwurf* genannt. Er hat folgende Eigenschaften:

- flächentreue Abbildung
- Der Mittelmeridian wird als Strecke, alle anderen Meridiane als sinusförmige Kurven abgebildet. Die Breitenkreise gehen in äquidistante Parallelen über. Der Maßstab ist korrekt für den Zentralmeridian und für alle Breitenkreise.

#### Beispiel:



Weltkarte unter Benutzung des sinusoidalen Entwurfs (hier mit dem Nullmeridian als Mittelmeridian)

#### Historisches:

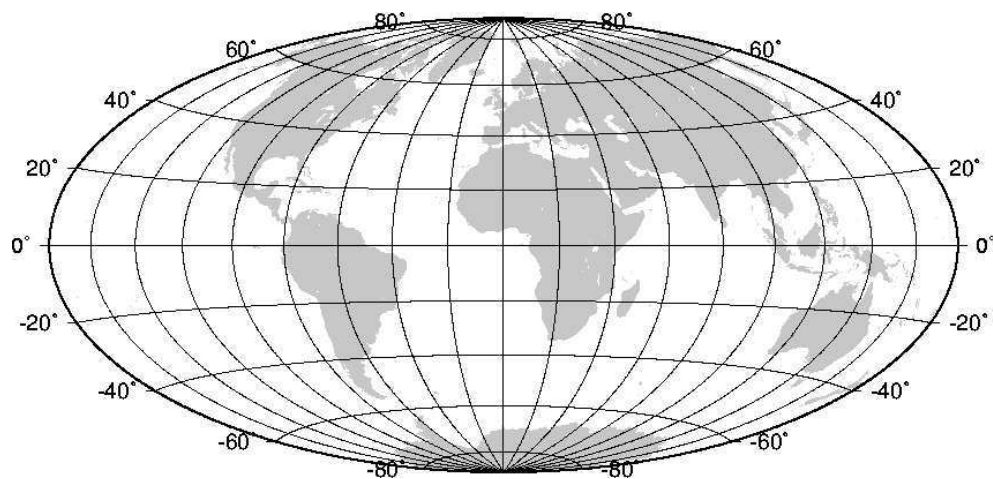
Bekannt und in Benutzung seit der Mitte des 16. Jahrhunderts.

#### 4.3.7 Entwurf von Hammer

Der Entwurf von Hammer (1858-1925) wurde 1892 publiziert. Er bietet ein sehr anschauliches flächentreues Bild des gesamten Globus mit einer Ellipse als Randkurve. Wegen dieser Eigenschaften fand er sehr schnell Anwendung in Atlanten bei der Darstellung von globalen Sachverhalten. Weitere Informationen zu diesem Entwurf einschließlich der Abbildungsgleichungen finden sich in [8]

#### Beispiel:

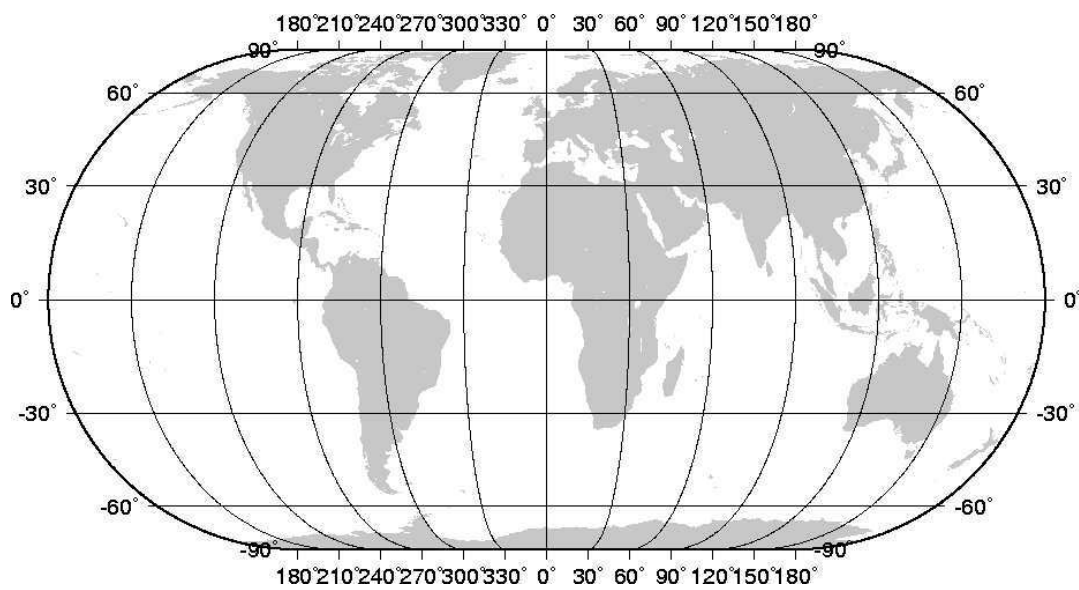




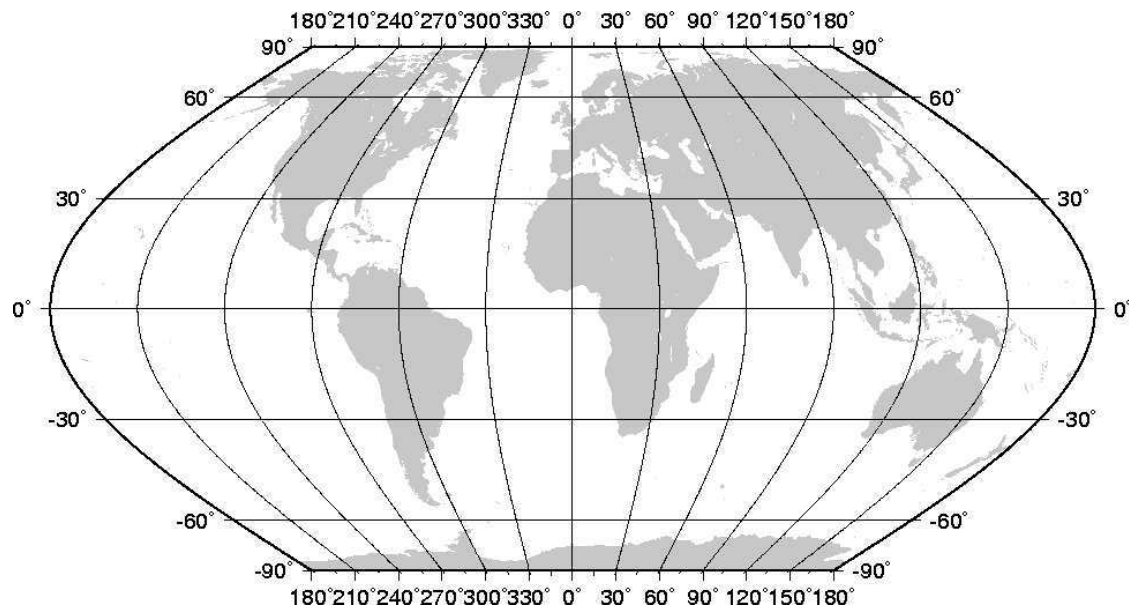
Weltkarte unter Benutzung des Entwurfs von Hammer

#### 4.3.8 Entwürfe von Eckert

Flächentreue unechte Zylinderabbildung mit elliptischen Meridianen und zu Linien entarteten Polen.



Weltkarte unter Benutzung des Entwurfs Nr. 4 von Eckert



Weltkarte unter Benutzung des Entwurfs Nr. 6 von Eckert

#### 4.3.9 Entwurf von Apianus

Hierbei handelt es sich um eine unechte Zylinderabbildung in normaler Lage mit längentreuem Mittelmeridian, längentreuem Äquator und kreisförmigen Meridianbildern. Diese Abbildung wurde von *Peter Bienewitz (Apianus)* im Jahre 1524 entwickelt.

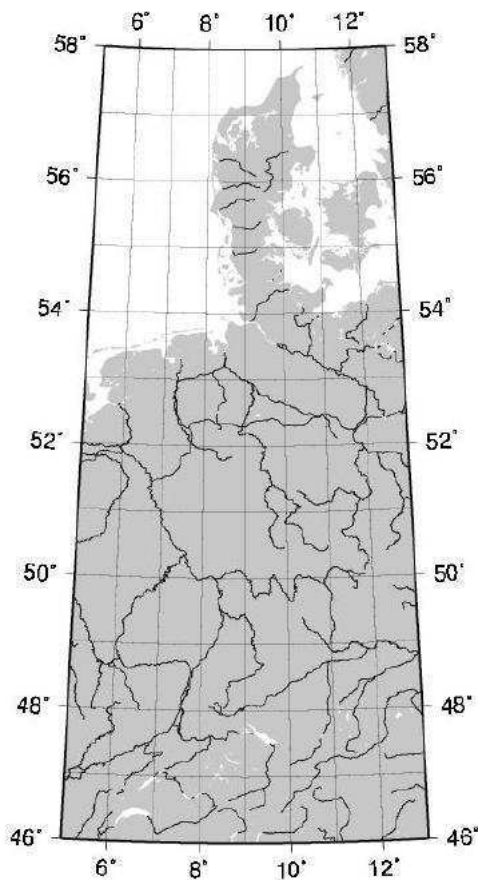
#### 4.3.10 Gaußsche Abbildung

Diese Projektion ist eine transversale konforme Zylinderabbildung der Kugel. Sie diente als Grundlage der von *C.F. Gauß* in den Jahren 1821 (?) bis 1824 (?) durchgeführten Vermessung des Landes Hannover. Reproduktionen<sup>31</sup> der daraus entstandenen Karten sind von „Landesvermessung + Geobasisinformation Niedersachsen“ erhältlich.

Die Werte für die Richtungsreduktion in den Abbildungen sind sehr klein, so daß sie in weiten Bereichen vernachlässigt werden können, was diese konforme Abbildung für geodä-

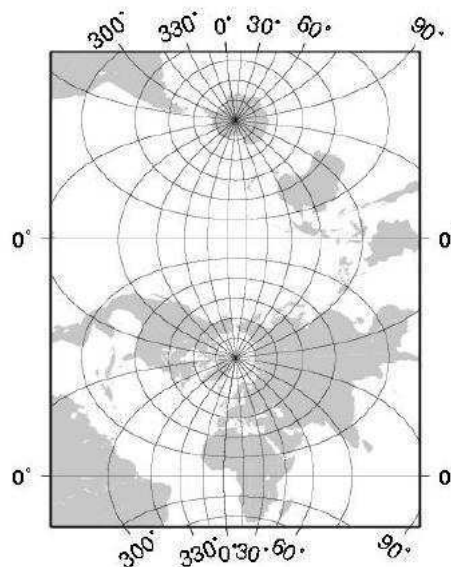
<sup>31</sup>[http://www.lgn.de/produkte/historische\\_karten/index.htm](http://www.lgn.de/produkte/historische_karten/index.htm)

tische Zwecke bedeutsam macht (vgl. S. 44, Gauß - Krüger - Projektion).



Detail der rechten Projektion

Diese Karte zeigt in Verbindung mit der folgenden nochmals, daß nur in einem schmalen Streifen um den berührenden Meridian (hier 9° Ost) Verzerrungen klein bleiben. Die globale Anwendung nur einer Projektion auf die gesamte Erde ergibt eine ungewöhnliche Darstellung mit den für die konforme Zylinderabbildung starken Streckungen in Richtung Zylinderachse.



Diese guten Eigenschaften dieses Abbildungstyps entlang des Meridianstreifens auch auf einem Rotationsellipsoid werden bei den Gauß-Krüger-Koordinaten (siehe Seite 44) ausgenutzt.

#### 4.4 Polyederabbildungen

Mit diesem Begriff wird eine Familie von Abbildungen beschrieben, bei der nicht die gesamte Kugel-/Ellipsoidfläche einer Abbildung unterworfen wird. Vielmehr wird die Oberfläche durch geographische Netzlinien oder durch geographische Koordinatenlinien in Teilflächen zerlegt. Jede Teilfläche wird durch eine Transformation auf einen Ausschnitt einer eigenen Bildebene abgebildet. Diese Ausschnitte formen einen polygonalen Körper, der die ursprüngliche Kugel- oder Ellipsoidoberfläche sehr genau nähert.

Indem man die Ausschnitte klein wählt, wird dafür gesorgt, daß die Verzerrungen verschwindend gering bleiben. Die Abbildung ist „praktisch“ längentreu. Allerdings lassen sich die Teilkarten in der Ebene nicht lückenlos zusammenheften (sie ergeben ja gerade das räumliche Polyeder).

#### Anwendungen:

- „Soldnersche Polyederprojektion“ in Bayern im 19. Jahrhundert
- „Preußische Polyederprojektion“: Sie war früher Grundlage aller topographischen Karten, zunächst mit dem Ausschnitt  $1^\circ$  mal  $1^\circ$  (sog. Gradabteilungskarten). Die beiden Meridiane bilden linke und rechte Seite, die Breitenkreise Nord- und Südrand der trapezförmigen Polyederfläche. Um etwa quadratische Kartenblätter zu erhalten, wurden bei den Karten im Maßstab 1:25.000 die Ausschnitte in der Höhe in 6 Teile, in der Breite in 10 Teile getrennt. Diese Teile bildeten dann jeweils ein Meßtischblatt. Später war dann der Ausschnitt von 10 Längenminuten mal 6 Breitenminuten zur direkten Konstruktion des Blattes benutzt worden, wobei Breitenkreise auch in die Ebene als Kreise abgebildet wurden und dadurch die Orthogonalität von Meridianen und Breitenkreisen im Bild erhalten blieb.

#### 4.5 Testfragen

- Nennen und erklären Sie Beispiele für azimutale, Zylinder- und Kegel-Entwürfe
- Nennen und erklären Sie Beispiele für flächentreue und für winkeltreue Entwürfe
- Gnomonische, Stereographische und Orthographische Projektion
- Was sind Gauß-Krüger-Koordinaten ?
- Erklären Sie UTM- und UPS- Koordinaten
- Was ist der Entwurf von Mollweide, gibt es noch andere unechte Zylinderentwürfe
- Erklären Sie die Idee der Polyederabbildung