Algorithmen und Datenstrukturen 1

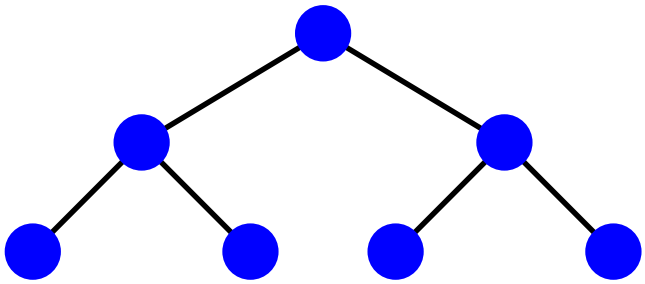
Prof. Dr. E. Rahm

Wintersemester 2001 / 2002

Universität Leipzig

Institut für Informatik

http://dbs.uni-leipzig.de



Zur Vorlesung allgemein

Vorlesungsumfang: 2 + 1 SWS

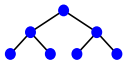
Vorlesungsskript

- im WWW abrufbar (PDF, PS und HTML)
- Adresse *http://dbs.uni-leipzig.de*
- ersetzt nicht die Vorlesungsteilnahme !
- ersetzt nicht zusätzliche Benutzung von Lehrbüchern

Übungen

- Durchführung in zweiwöchentlichem Abstand
- selbständige Lösung der Übungsaufgaben wesentlich für Lernerfolg
- Übungsblätter im WWW

- praktische Übungen auf Basis von Java
- Rechnerzeiten reserviert im NT-Pool (HG 1-68, Mo-Fr. nachmittags) und Sun-Pool (HG 1-46, vormittags und Mittwoch nachmittags)
- Detail-Informationen siehe WWW



Leistungsbewertung

Erwerb des Übungsscheins ADS1 (unbenotet)

- Fristgerechte Abgabe der Lösungen zu den gestellten Übungsaufgaben
- Übungsklausur Ende Jan./Anfang Feb.
- Zulassungsvoraussetzung ist korrekte Lösung der meisten Aufgaben und Bearbeitung aller Übungsblätter (bis auf höchstens eines)

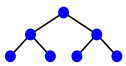
Informatiker (Diplom), 3. Semester

- Übungsschein ADS1 zu erwerben (Voraussetzung für Vordiplomsklausur)
- Klausur über Modul ADS (= ADS1+ADS2) im Juli als Teilprüfung zur Vordiploms-Fachprüfung „Praktische Informatik“

Mathematiker / Wirtschaftsinformatiker: Übungsschein ADS1 erforderlich

Magister mit Informatik als 2. Hauptfach

- kein Übungsschein erforderlich
- Prüfungsklausur zu ADS1 + ADS2 im Juli
- Bearbeitung der Übungsaufgaben wird dringend empfohlen



Termine Übungsbetrieb

Ausgabe 1. Übungsblatt: Montag, 15. 10. 2001; danach 2-wöchentlich

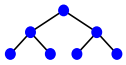
Abgabe gelöster Übungsaufgaben bis spätestens Montag der übernächsten Woche, 11:15 Uhr

- vor Hörsaal 13 (Abgabemöglichkeit 11:00 - 11:15 Uhr)
- oder früher im Holz-Postkasten HG 3. Stock, Abt. Datenbanken
- Programmieraufgaben: dokumentierte Listings der Quellprogramme sowie Ausführung

6 Übungsgruppen

Nr.	Termin	Woche	Hörsaal	**Beginn**	Übungsleiter	#Stud.	Bemerkung
1	Mo, 15:15	B	SG 3-11	**29.10.**	Sosna	30	
2	Mo, 15:15	A	SG 3-11	**5.11.**	Sosna	30	Ausweichtermin wegen Dies A.: Di, 4.12., 11:15 Uhr, SG 3-07
3	Di, 11:15	B	SG 3-07	**30.10.**	Böhme	30	
4	Di, 11:15	A	SG 3-07	**6.11.**	Böhme	30	
5	Fr, 15.15	B	HS 20	**2.11.**	Müller	60	
6	Fr, 15.15	A	HS 20	**9.11.**	Müller	60	
7	Di, 9.15	B	SG 3-05	**30.10.**	Müller	30	

- Einschreibung über Online-Formular
- Aktuelle Infos siehe WWW



Ansprechpartner ADS1

Prof. Dr. E. Rahm

- während/nach der Vorlesung bzw. Sprechstunde (Donn. 14-15 Uhr), HG 3-56
- rahm@informatik.uni-leipzig.de

Wissenschaftliche Mitarbeiter

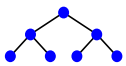
- Timo Böhme, boehme@informatik.uni-leipzig.de, HG 3-01
- Robert Müller, mueller@informatik.uni-leipzig.de, HG 3-01
- Dr. Dieter Sosna, dieter@informatik.uni-leipzig.de, HG 3-04

Studentische Hilfskräfte

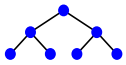
- Tilo Dietrich, TiloDietrich@gmx.de
- Katrin Starke, katrin.starke@gmx.de
- Thomas Tym, mai96iwe@studserv.uni-leipzig.de

Web-Angelegenheiten:

- S. Jusek, juseks@informatik.uni-leipzig.de, HG 3-02



Vorläufiges Inhaltsverzeichnis



Literatur

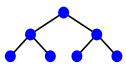
Das intensive Literaturstudium zur Vertiefung der Vorlesung wird dringend empfohlen. Auch Literatur in englischer Sprache sollte verwendet werden.

T. Ottmann, P. Widmayer: Algorithmen und Datenstrukturen, Reihe Informatik, Band 70, BI-Wissenschaftsverlag, 3. Auflage, Spektrum-Verlag, 1996

M.A. Weiss: Data Structures & Algorithm Analysis in Java. Addison-Wesley 1999, 2. Auflage 2002

Weitere Bücher

- *V. Claus, A. Schwill:* Duden Informatik, BI-Dudenverlag, 2. Auflage 1993
- *D.A. Knuth:* The Art of Computer Programming, Vol. 3, Addison-Wesley, 1973
- *R. Sedgewick:* Algorithmen. Addison-Wesley 1992
- *G. Saake, K. Sattler:* Algorithmen und Datenstrukturen - Eine Einführung mit Java. dpunkt-Verlag, 2002
- *A. Solymosi, U. Gude*: Grundkurs Algorithmen und Datenstrukturen. Eine Einführung in die praktische Informatik mit Java. Vieweg, 2000, 2. Auflage 2001



Einführung

Algorithmen stehen im Mittelpunkt der Informatik

Wesentliche Entwurfsziele bei Entwicklung von Algorithmen:

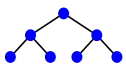
- Korrektheit
- Terminierung
- Effizienz

Wahl der Datenstrukturen v.a. für Effizienz entscheidend

Abstrakte Datentypen (ADTs): Zusammenfassung von Algorithmen und Datenstrukturen

Vorlesungsschwerpunkte:

- Entwurf von effizienten Algorithmen und Datenstrukturen
- Analyse ihres Verhaltens



Komplexität von Algorithmen

funktional gleichwertige Algorithmen weisen oft erhebliche Unterschiede in der Effizienz (Komplexität) auf

Wesentliche Maße:

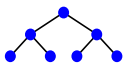
- Rechenzeitbedarf (Zeitkomplexität)
- Speicherplatzbedarf (Speicherplatzkomplexität)

Programmlaufzeit von zahlreichen Faktoren abhängig

- Eingabe für das Programm
- Qualität des vom Compiler generierten Codes und des gebundenen Objektprogramms
- Leistungsfähigkeit der Maschineninstruktionen, mit deren Hilfe das Programm ausgeführt wird
- Zeitkomplexität des Algorithmus, der durch das ausgeführte Programm verkörpert wird

Bestimmung der Komplexität

- Messungen auf einer bestimmten Maschine
- Aufwandsbestimmungen für idealisierten Modellrechner (Bsp.: Random-Access-Maschine oder RAM)
- Abstraktes Komplexitätsmaß zur asymptotischen Kostenschätzung in Abhängigkeit zur Problemgröße (Eingabegröße) n



Bestimmungsfaktoren der Komplexität

Zeitkomplexität T ist i.a. von "Größe" der Eingabe n abhängig

Beispiel: $T(n) = a \cdot n^2 + b \cdot n + c$

Verkleinern der Konstanten b und c

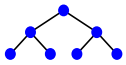
$T_1(n) = n^2 + n + 1$ $\qquad$ $T_2(n) = n^2$

n	1	2	3	10	20	100	1000
$T_1(n)$	3	7	13	111	421	10101	1001001
$T_2(n)$	1	4	9	100	400	10000	1000000
T_1/T_2	3	1.75	1.44	1.11	1.05	1.01	1.001

Verbessern der Konstanten a nach a'

$$\lim_{n \to \infty} \frac{a \cdot n^2 + b \cdot n + c}{a' \cdot n^2 + b' \cdot n + c'} = \frac{a}{a'}$$

Wesentlich effektiver: Verbesserung im Funktionsverlauf !
(Wahl eines anderen Algorithmus mit günstigerer Zeitkomplexität)



Asymptotische Kostenmaße

Festlegung der Größenordnung der Komplexität in Abhängigkeit der Eingabegröße: Best Case, Worst Case, Average Case

Meist Abschätzung oberer Schranken (Worst Case): *Groß-Oh-Notation*

Zeitkomplexität T(n) eines Algorithmus ist von der Größenordnung n, wenn es Konstanten n_0 und c >0 gibt, so daß für alle Werte von $n > n_0$ gilt

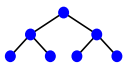
$T(n) \leq c \cdot n$

- man sagt “T(n) ist in O(n)” bzw. “$T(n) \in O(n)$” oder “T(n) = O(n)”

Allgemeine Definition:
Klasse der Funktionen O(f), die zu einer Funktion (Größenordnung) f gehören ist $O(f) = \{g \mid \exists c > 0 : \exists n_0 > 0 : \forall n \geq n_0 : g(n) \leq c \cdot f(n)\}$

Ein Programm, dessen Laufzeit oder Speicherplatzbedarf O(f(n)) ist, hat demnach die Wachstumsrate f(n)

- Beispiel: $f(n) = n^2$ oder $f(n) = n \cdot \log n$.
- f(n) = O(n log n) -> $f(n) = O(n^2)$, jedoch gilt natürlich $O(n \log n) \neq O(n^2)$



Asymptotische Kostenmaße (2)

Beispiel: $\mathbf{6n^4 + 3n^3 - 7\,n \in O(n^4)}$

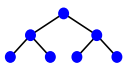
- zu zeigen: $6n^4 + 3n^3 - 7 <= c\,n^4$ für ein c und alle $n > n_0$
  -> $6 + 3/n - 7 / n^4 <= c$
- Wähle also z.B. c = 9, $n_0 = 1$

Groß-Omega-Notation: $f \in \Omega(g)$ oder $f = \Omega(g)$ drückt aus, daß f mindestens so stark wächst wie g (untere Schranke)

- Definition: $\Omega(g) = \{h \mid \exists\, c > 0 : \exists\, n_0 > 0 : \forall\, n >= n_0 : h(n) >= c\, g(n)\}$
- alternative Definition (u.a. Ottmann/Widmayer):
  $\Omega(g) = \{h \mid \exists\, c > 0 : \exists$ unendlich viele n: $h(n) >= c\, g(n)\}$

Exakte Schranke: gilt für Funktion f sowohl $f \in O(g)$ als auch $f \in \Omega(g)$, so schreibt man $f = \Theta(g)$

- *f aus Θ(g) bedeutet also*: die Funktion g verläuft ab einem Anfangswert n_0 im Bereich $[c_1 g, c_2 g]$ für geeignete Konstanten c_1, c_2



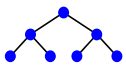
Wichtige Wachstumsfunktionen

Kostenfunktionen

- $O(1)$ konstante Kosten
- $O(\log n)$ logarithmisches Wachstum
- $O(n)$ lineares Wachstum
- $O(n \log n)$ n-log n-Wachstum
- $O(n^2)$ quadratisches Wachstum
- $O(n^3)$ kubisches Wachstum
- $O(2^n)$ exponentielles Wachstum

Wachstumsverhalten

log n	3	7	10	13	17	20
$\sqrt{n}$	3	10	30	100	300	1000
n	**10**	**100**	**1000**	$\mathbf{10^4}$	$\mathbf{10^5}$	$\mathbf{10^6}$
n log n	30	700	10^4	10^5	$2 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^7$
n^2	100	10^4	10^6	10^8	10^{10}	10^{12}
n^3	1000	10^6	10^9	10^{12}	10^{15}	10^{18}
2^n	1000	10^{30}	10^{300}	10^{3000}	10^{30000}	10^{300000}

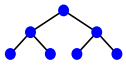


Problemgröße bei vorgegebener Zeit

Komplexität	1 sec	1 min	1 h
$\log_2 n$	2^{1000}	2^{60000}	-
n	**1000**	**60000**	**3600000**
n $\log_2 n$	140	4893	20000
n^2	31	244	1897
n^3	10	39	153
2^n	9	15	21

Größe des größten Problems, das in 1 Stunde gelöst werden kann:

Problemkomplexität	aktuelle Rechner	Rechner 100x schneller	1000x schneller
n	N_1	100 N_1	1000 N_1
n^2	N_1	10 N_2	32 N_2
n^3	N_3	4.6 N_3	10 N_3
n^5	N_4	2.5 N_4	4 N_4
2^n	N_5	N_1+ 7	N_1+ 10
3^n	N_6	N_6 + 4	N_6 + 6



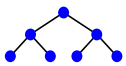
Leistungsverhalten bei kleiner Eingabegröße

Asymptotische Komplexität gilt vor allem für große n

bei kleineren Probleme haben konstante Parameter wesentliche Einfluß

Verfahren mit besserer (asympt.) Komplexität kann schlechter abschneiden als Verfahren mit schlechter Komplexität

Alg.	T(n)	Bereiche von n mit günstigster Zeitkomplexität
A_1	$186182 \log_2 n$	$n > 2048$
A_2	$1000\ n$	$1024 \leq n \leq 2048$
A_3	$100\ n \log_2 n$	$59 \leq n \leq 1024$
A_4	$10\ n^2$	$10 \leq n \leq 58$
A_5	n^3	$n = 10$
A_6	2^n	$2 \leq n \leq 9$



Zeitkomplexitätsklassen

Drei zentrale *Zeitkomplexitätsklassen* werden unterschieden

Algorithmus A mit Zeitkomplexität T(n) heißt:

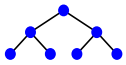
linear-zeitbeschränkt $\mathbf{T(n) \in O(n)}$

polynomial-zeitbeschränkt $\mathbf{\exists_k \in N}$, **so daß** $\mathbf{T(n) \in O(n^k)}$

exponentiell-zeitbeschränkt $\mathbf{\exists_k \in N}$, **so daß** $\mathbf{T(n) \in O(k^n)}$

exponentiell-zeitbeschränkte Algorizhmen im allgemeinen (größere n) nicht nutzbar

Probleme, für die kein polynomial-zeitbeschränkter Algorithmus existiert, gelten als unlösbar (intractable)



Berechnung der (Worst-Case-) Zeitkomplexität

elementare Operationen (Zuweisung, Ein-/Ausgabe): *O (1)*

Summenregel:

- $T_1(n)$ und $T_2(n)$ seien die Laufzeiten zweier Programmfragmente P_1 und P_2; es gelte $T_1(n) \in O(f(n))$ und $T_2(n) \in O(g(n))$.
- Für die Hintereinanderausführung von P_1 und P_2 ist dann

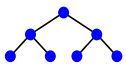
$$T_1(n) + T_2(n) \in O(max(f(n), g(n)))$$

Produktregel, z.B. für geschachtelte Schleifenausführung von P_1 und P_2:

$$T_1(n) \cdot T_2(n) \in O(f(n) \cdot g(n))$$

Weitere Konstrukte

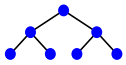
- Fallunterscheidung: Kosten der Bedingungsanweisung (= O(1)) + Kosten der längsten Alternative
- Schleife: Produkt aus Anzahl der Schleifendurchläufe mit Kosten der teuersten Schleifenausführung
- rekursive Prozeduraufrufe: Produkt aus Anzahl der rekursiven Aufrufe mit Kosten der teuersten Prozedurausführung



Beispiel zur Bestimmung der Zeitkomplexität

```
void proz0 (int n) {
        proz1();
        proz1();
        for (int i=1; i <= n; i++) {
                proz2();
                proz2();
                proz2();
                for (int j=1; j <= n; j++) {
                        proz3();
                        proz3();
                }
        }

}
```



Beispiel: Berechnung der maximalen Teilsumme

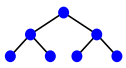
Gegeben: Folge F von n ganzen Zahlen. Gesucht: Teilfolge von 0 <= i <= n aufeinander folgenden Zahlen in F, deren Summe maximal ist

Anwendungsbeispiel: Entwicklung von Aktienkursen (tägliche Änderung des Kurses). Maximale Teilsumme bestimmt optimales Ergebnis

Tag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Gewinn/Verlust (Folge)	+5	-6	+4	+2	-5	+7	-2	-7	+3	+5

Lösungsmöglichkeit 1:

```
int maxSubSum1( int [ ] a) {
      int maxSum = 0; // leere Folge
      for ( int i = 0; i < a.length; i++ )
         for ( int j = i; j < a.length; j++ ) {
            int thisSum = 0;
            for ( int k = i; k <= j; k++ )
               thisSum += a[ k ];
            if ( thisSum > maxSum ) maxSum = thisSum;
         }
      return maxSum;
   }
```

Komplexitätsbestimmung

Anzahl Durchläufe der äussersten Schleife: n

mittlere Schleife: berücksichtigt alle Teilfolgen beginnend ab Position i

- Anzahl: n, n-1, n-2, ... 1
- Mittel: n+1/2

Anzahl Teilfolgen: $\sum i = (n^2+n)/2$

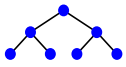
innerste Schleife: Addition aller Werte pro Teilfolge

#Additionen: $\sum i(n+1-i) = \sum i\ n + \sum i - \sum i^2$

$= n\ (n^2+n)/2 + (n^2+n)/2 - n/6\ (n+1)\ (2n+1)$

$= n^3/6 + n^2/2 + n/3$

Zeitkomplexität:

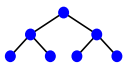


Maximale Teilsumme (2)

Lösungsmöglichkeit 2:

```
int maxSubSum2 (int [ ] a ) {
      int maxSum = 0; // leere Folge
      for (int i = 0; i < a.length; i++ ) {
         int thisSum = 0;
         for ( int j = i; j < a.length; j++ ) {
            thisSum += a[ j ];
            if (thisSum > maxSum ) maxSum = thisSum;
         }
      }
      return maxSum;
}
```

Zeitkomplexität:



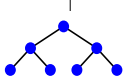
Maximale Teilsumme (3)

Lösungsmöglichkeit 3:

```
int maxSubSum3 ( int [ ] a ) {
      int maxSum = 0;
      int thisSum = 0;
      for( int i = 0, j = 0; j < a.length; j++ ) {
         thisSum += a[ j ];
         if( thisSum > maxSum ) maxSum = thisSum;
         else if( thisSum < 0 ) {
            i = j + 1;
            thisSum = 0;
         }
      }
      return maxSum;
   }
```

Zeitkomplexität:

gibt es Lösungen mit besserer Komplexität?



Rekursion vs. Iteration

für viele Probleme gibt es sowohl rekursive als auch iterative Lösungsmöglichkeiten

Unterschiede bezüglich

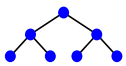
- Einfachheit, Verständlichkeit
- Zeitkomplexität
- Speicherkomplexität

Beispiel: Berechnung der Fakultät n!

```
int fakRekursiv (int n) { // erfordert n > 0
        if (n <= 1) return 1;
        else return n * fakRekursiv (n-1);
}
```

```
int fakIterativ (int n) { // erfordert n > 0
    int fak = 1;
    for (int i = 2; i <= n; i++) fak *= i;
    return fak;
}
```

- Zeitkomplexität
- Speicherkomplexität



Berechnung der Fibonacci-Zahlen

Definition

- $F_0 = 0$
- $F_1 = 1$
- $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ für $n \geq 2$

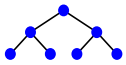
rekursive Lösung verursacht exponentiellen Aufwand

```
int fibRekursiv (int n) { // erfordert n > 0
        if (n <= 0) return 0;
        else if (n ==1) return 1;
        else return fibRekursiv (n-2) + fibRekursiv (n-1)
}
```

iterative Lösung mit linearem Aufwand möglich

- z.B. Speichern der bereits berechneten Fibonacci-Zahlen in Array
- Alternative *fibIterativ*

```
int fibIterativ (int n) { // erfordert n > 0
        if (n <=0) return 0;
        else {
        int aktuelle =1, vorherige = 0, temp =1,
        for (int i = 1; i<n; i++) {
                temp=aktuelle;
                aktuelle += vorherige;
                vorherige = temp; }
        return aktuelle;
}
```

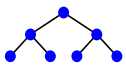



Das Prinzip "Teile und Herrsche" (Divide and Conquer)

Komplexität eines Algorithmus läßt sich vielfach durch Zerlegung in kleinere Teilprobleme verbessern

Lösungsschema

1. *Divide:* Teile das Problem der Größe n in (wenigstens) zwei annähernd gleich große Teilprobleme, wenn n > 1 ist; sonst löse das Problem der Größe 1 direkt.
2. *Conquer:* Löse die Teilprobleme auf dieselbe Art (rekursiv).
3. *Merge:* Füge die Teillösungen zur Gesamtlösung zusammen.



Beispiel: Sortieren einer Liste mit n Elementen

einfache Sortierverfahren: O (n^2)

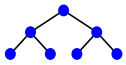
Divide-and-Conquer-Strategie:

```
Modul     Sortiere (Liste)(* Sortiert Liste von n Elementen *)
Falls n > 1 dann
     Sortiere (erste Listenhälfte)
     Sortiere (zweite Listenhälfte)
     Mische beide Hälften zusammen.
```

Kosten $T(n) = 2 \cdot T(n/2) + c \cdot n$ $T(1) = d$

Diese rekursives Gleichungssystem (Rekurrenzrelation) hat geschlossene Lösung $T(n) = c \cdot n \cdot \log_2 n + d \cdot n$

=> Sortieralgorithmus in *O(n log n)*



Beispiel 2: Maximale Teilsumme

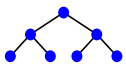
rechtes Randmaximum einer Folge

- rechte Randfolge von F = Teilfolge von F, die bis zum rechten Rand (Ende) von F reicht
- rechtes Randmaximum von F: maximale Summe aller rechten Randfolgen
- analog: linke Randfolge, linkes Randmaximum

Beispiel: F = (+3, -2, +5, -20, +3, +3)

rekursiver (Divide-and-Conquer-) Algorithmus für maximale Teilsumme

- falls Eingabefolge F nur aus einer Zahl *z* besteht, nimm Maximum von *z* und 0
- falls F wenigstens 2 Elemente umfasst:
  - zerlege F in etwa zwei gleich große Hälften *links* und *rechts*
  - bestimme maximale Teilsumme, *ml*, sowie rechtes Randmaximum, *rR*, von *links*
  - bestimme maximale Teilsumme, *mr*, sowie linkes Randmaximum, *lR*, von *rechts*
  - das Maximum der drei Zahlen *ml*, *rR*+*lR*, und *mr* ist die maximale Teilsumme von F



Multiplikation zweier n-stelliger Zahlen

Standardverfahren aus der Schule: $O(n^2)$

```
5432 • 1995
-----------
  5432
 48888
  48888
   27160
-----------
10836840
```

Verbesserung: Rückführung auf Multiplikation von 2-stelligen Zahlen

A	B
54	32

•

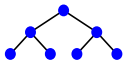
C	D
19	95

AC = 54 • 19 = 1026

(A + B) • (C + D) - AC - BD = 86 • 114 - 1026 -3040 = 5738

BD =32 • 95 = 3040

10836840



Multiplikation (2)

Prinzip auf n-stellige Zahlen verallgemeinerbar

Kosten

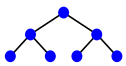
- drei Multiplikationen von Zahlen mit halber Länge
- Aufwand für Addition und Subtraktion proportional zu n:

$$T(n) = 3T(n/2) + c \cdot n \qquad T(1) = d$$

- Die Lösung der Rekurrenzrelation ergibt sich zu

$$T(n) = (2c + d)n^{\log 3} - n \quad .$$

- Kosten proportional zu $n^{\log 3}$ ($O(n^{1.59})$)



Problemkomplexität

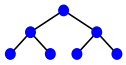
Komplexität eines Problems: Komplexität des besten Algorithmus'

Aufwand typischer Problemklassen

Komplexität	*Beispiele*
O(1)	einige Suchverfahren (Hashing)
O(log n)	allgemeinere Suchverfahren (Binärsuche, Baum-Suchverfahren)
O(n)	sequentielle Suche, Suche in Texten; maximale Teilsumme einer Folge, Fakultät, Fibonacci-Zahlen
O(n log n)	Sortieren
$O(n^2)$	einige dynamische Optimierungsverfahren (z.B. optimale Suchbäume), Multiplikation Matrix-Vektor (einfach)
$O(n^3)$	Matrizen-Multiplikation (einfach)
$O(2^n)$	viele Optimierungsprobleme, Türme von Hanoi, Acht-Damen-Problem

theoretisch nicht lösbare algorithmische Probleme: Halteproblem, Gleichwertigkeit von Algorithmen

nicht-algorithmische Probleme



Zusammenfassung

Komplexität / Effizienz wesentliche Eigenschaft von Algorithmen

meist asymptotische Worst-Case-Abschätzung in Bezug auf Problemgröße n

- Unabhängigkeit von konkreten Umgebungsparametern (Hardware, Betriebsystem, ...)
- asymptotisch „schlechte“ Verfahren können bei kleiner Problemgröße ausreichen

wichtige Klassen: $O(1)$, $O(\log n)$, $O(n)$, $O(n \log n)$, $O(n^2)$, ... $O(2^n)$

zu gegebener Problemstellung gibt es oft Algorithmen mit stark unterschiedlicher Komplexität

- unterschiedliche Lösungsstrategien
- Raum vs. Zeit: Zwischenspeichern von Ergebnissen statt mehrfacher Berechnung
- Iteration vs. Rekursion

Bestimmung der Komplexität aus Programmfragmenten

allgemeine Lösungsstrategie: Divide-and-Conquer (Teile und Herrsche)