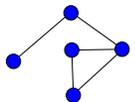


# Gliederung

## Peer-to-peer Systeme und Datenbanken(SS07)

- Kapitel 1: Einführung
- Kapitel 2: Beispiele
- Kapitel 3: Routing
- Kapitel 4: Schemabasierte p2p-Netzwerke
- Kapitel 5: Integrationsprobleme
  - Teil 5-1: Einführung, Gleichheit
  - Teil 5-2: Ähnlichkeit - 1
  - Teil 5-3: Ähnlichkeit - 2
  - Teil 5-4: Mappingbasierte Datenintegration
- Kapitel 6: Anonymität, Authentifikation
- Kapitel 7: Reputation

Version vom 4. Juni 2007

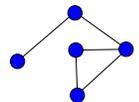


# Kapitel 5

---

## Integrationsprobleme

- Problembeschreibung
- Vergleiche auf Daten
- Ähnlichkeit auf Daten
  - Ähnlichkeit wegen formaler Merkmale
  - inhaltsbasierte Ähnlichkeit
- Mappingbasierte Datenintegration



# Ähnlichkeitssuche

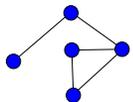
Motivation: Gleichheit oft zu restriktiv.

- Zahlen: Messfehler, Fehlerfortpflanzung in num. Algorithmen, instabile Algorithmen, Fehler durch Abschreiben, Ablesen, ...
- Suche in Bildern
- Einige Fehler erkennbar oder korrigierbar (fehlererkennende, -korrigierende Kodierung)- Redundanz, Vergleich mit theoretischen Werten.

Definition *Ähnlichkeit* verschieden möglich:

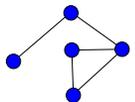
Semantische Stufe: i.a. bessere Ergebnisse

Syntaktische Stufe: formal, funktioniert auch ohne semantisches Wissen, i.a. schwächere Ergebnisse.



# Anwendungsszenarien

- Gesichtserkennung: markante Punkte und Verhältnisse der Entfernungen zwischen diesen, ggf. unter Beachtung von Projektionen.
- Bilder: Farbhistogramme, ...
- Klänge: Spectrum (Fourier-Analyse), ggf. zeitlicher Verlauf.
- Zeichenketten:(flexible Hilfsstruktur der Informatik)  
Soundex - Vergleich  
n-Gramm-Analyse  
edit-distance (Levenstein - Distance)



# Ähnlichkeitsbegriffe

- Geometrische Ähnlichkeit: Elementargeometr. Begriff für Dreiecke, auf weitere elementargeometr. Flächen und Körper mit Hilfe der Proportionalität verallgemeinerbar.

Diese Ähnlichkeit induziert Einteilung in Äquivalenzklassen (RST)

- Kern: Ähnlichkeit durch charakteristische Merkmale beschrieben. Auswahl kontextabhängig.

- Ähnlichkeit = „geringer Abstand“.  
erfordert Abstandsdefinition, dadurch flexibel an viele Probleme anpassbar.

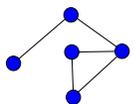
**Aber** i.a. nicht transitiv, d.h. keine Äquivalenzrelation

Beispiel:  $a, b$  Elemente einer betrachteten Gesamtheit,

Definition: Geg.  $\varepsilon > 0$ , dann  $a \sim b \Leftrightarrow |a - b| < \varepsilon$ .

Schon im einfachsten Fall:  $a, b, c \in \mathcal{N}$ ,  $\varepsilon = 1, 1, a = 2, b = 3, c = 4$  gilt:  
 $a \sim b, b \sim c$ , **aber nicht**  $a \sim c$ .

Vergleichbar: Clusterbildung um vorgegebenen Mittelpunkt.



# Soundex-Algorithmus

🕒 Entstehung: Robert C. Russel - 2.April 1918 - Patent Nr. 1 261 167

🕒 Algorithmus

🕒 Code  $\Leftarrow$  1.Buchstabe + 3 Ziffern

🕒 Streiche ab dem 2.Buchstaben alle  
*a, e, i, o, u, h, w, y*

und füge 3 Ziffern nach Tabelle hinzu:

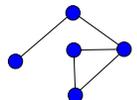
1	$\Leftarrow$	b,f,p,v
2	$\Leftarrow$	c, g, j, k, q, s, x, z
3	$\Leftarrow$	d, t
4	$\Leftarrow$	l
5	$\Leftarrow$	m, n
6	$\Leftarrow$	r

🕒 Beachte folgende Regeln:

1. 2 aufeinanderfolgende Buchstaben mit demselben Kode

$\rightarrow$  nur 1x

2. Ergebnis weniger als 3 Ziffern  $\rightarrow$  Auffüllen mit 0 (Null).

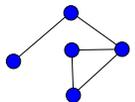


🕒 transitiv

# Soundex-Algorithmus (2)

 Tabelle:

1	⇐	b,f,p,v	labial
2	⇐	c, g, j, k, q, s, x, z	heterogen: frikativ; plosiv,velar
3	⇐	d, t	plosiv, dental/alveolare
4	⇐	l	lateral
5	⇐	m, n	nasal
6	⇐	r	Vibranten



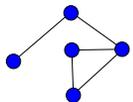
# Soundex-Algorithmus (2)

● Tabelle:

1	⇐	b,f,p,v	labial
2	⇐	c, g, j, k, q, s, x, z	heterogen: frikativ; plosiv,velar
3	⇐	d, t	plosiv, dental/alveolare
4	⇐	l	lateral
5	⇐	m, n	nasal
6	⇐	r	Vibranten

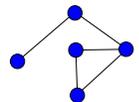
● Beispiele:

Name	Code	Bemerkung
Miller	M460	Auffüllen (Regel 1), Doppel-l (Regel 2)
Peterson	P362	3 verschiedene Konsonanten
Peters	P362	
Moskovitz	M232	
Moskowitz	M213	Fehlkodierung nichtenglischer Namen
ψ, ξ	?	z.B. ψ ⇒ 12



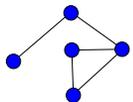
# Idee hinter Soundex

- Begriffe *Phone*, *Phoneme* einer Sprache
- Phonemfeststellung: zwei Worte einer Sprache, die sich nur in einem Phon unterscheiden.  
Beispiel: ehren - lehren ← das Phon (l) ist ein Phonem.
- Phoneme können in Klassen eingeteilt werden nach der Art und dem Ort ihrer Entstehung beim Sprechen.
- Phoneme werden in Schriftsprache durch Grapheme dargestellt - M:N - Abbildung.
- Aussprache eines Graphems kann kontextabhängig sein.  
Internationales Phonet. Alphabet ( z.B. 28 a-Varianten)
- Phoneme (und zugeordnete Grapheme variieren mit Sprache ), d.h. phonetische Suche muss sprachspezifisch sein.



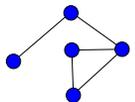
# Entwicklungsschritte

- Analyse des Phonembestandes
- Klasseneinteilung der Phoneme, sinnvolle Vereinfachung des Klassensystems. Jede Reduzierung der Klassenzahl macht die Suche unschärfer, aber fehlertoleranter.
- Voraussetzung: Sprache wird durch Folgen von Graphemen beschrieben.  
Beschreibung der Zuordnung von Graphemen und Graphemfolgen zu Phonemen und Phonemfolgen.  
M:N Abbildung  
Konstruktion eines Automaten, der die Umwandlung vornimmt.



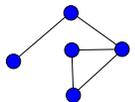
# Besonderheiten des Neugriechischen

- Konsonantverdopplungen nicht hörbar bei  $\beta, \lambda, \mu, \nu, \pi, \sigma, \tau$ , da alle Vokale kurz, **aber**  $\gamma\gamma \mapsto ng$ .  
Weitere Kombinationen:  $\alpha\nu, \epsilon\nu, \omicron\nu \mapsto$  Phonemfolgen  $av, af, ev, ef$  bzw.  $u$ .  
 $\psi, \xi \mapsto$  Phonemfolge  $ps, ks$



# Besonderheiten des Neugriechischen

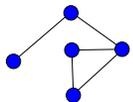
- Konsonantverdopplungen nicht hörbar bei  $\beta, \lambda, \mu, \nu, \pi, \sigma, \tau$ , da alle Vokale kurz, **aber**  $\gamma\gamma \mapsto ng$ .  
Weitere Kombinationen:  $\alpha\nu, \epsilon\nu, \omicron\nu \mapsto$  Phonemfolgen  $av, af, ev, ef$  bzw.  $u$ .  
 $\psi, \xi \mapsto$  Phonemfolge  $ps, ks$
- Mehrere Schreibungen ein Phonem:  
Phonem **i**:  $\iota, \eta, \upsilon, \epsilon\iota, \omicron\iota, \upsilon\iota$ ; Phonem **e**:  $\epsilon, \alpha\iota$ ; Phonem **o**:  $o, \omega$



# Besonderheiten des Neugriechischen

- Konsonantverdopplungen nicht hörbar bei  $\beta, \lambda, \mu, \nu, \pi, \sigma, \tau$ , da alle Vokale kurz, **aber**  $\gamma\gamma \mapsto ng$ .  
Weitere Kombinationen:  $\alpha\upsilon, \epsilon\upsilon, \omicron\upsilon \mapsto$  Phonemfolgen av, af ,ev, ef bzw. u.  
 $\psi, \xi \mapsto$  Phonemfolge ps, ks
- Mehrere Schreibungen ein Phonem:  
Phonem **i**:  $\iota, \eta, \upsilon, \epsilon\iota, \omicron\iota, \upsilon\iota$ ; Phonem **e**:  $\epsilon, \alpha\iota$ ; Phonem **o**:  $\omicron, \omega$
- Wechselwirkung der Aussprache mit Betonung, Silbenanfang:  

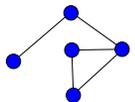
βάκιλοι	-	v'akili
φιλοί	-	fil'i
ρολόι	-	rol'oi



# Besonderheiten des Neugriechischen

- Konsonantverdopplungen nicht hörbar bei  $\beta, \lambda, \mu, \nu, \pi, \sigma, \tau$ , da alle Vokale kurz, **aber**  $\gamma\gamma \mapsto ng$ .  
Weitere Kombinationen:  $\alpha\upsilon, \epsilon\upsilon, \omicron\upsilon \mapsto$  Phonemfolgen av, af ,ev, ef bzw. u.  
 $\psi, \xi \mapsto$  Phonemfolge ps, ks
- Mehrere Schreibungen ein Phonem:  
Phonem **i**:  $\iota, \eta, \upsilon, \epsilon\iota, \omicron\iota, \upsilon\iota$ ; Phonem **e**:  $\epsilon, \alpha\iota$ ; Phonem **o**:  $\omicron, \omega$
- Wechselwirkung der Aussprache mit Betonung, Silbenanfang:  

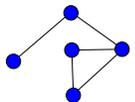
βάκιλοι	-	v'akili
φιλοί	-	fil'i
ρολόι	-	rol'oi
- Unsicherheit bei  $\mu\pi, \nu\tau$  und  $\gamma\kappa$ ,



# Besonderheiten des Neugriechischen

- Konsonantverdopplungen nicht hörbar bei  $\beta, \lambda, \mu, \nu, \pi, \sigma, \tau$ , da alle Vokale kurz, **aber**  $\gamma\gamma \mapsto ng$ .  
Weitere Kombinationen:  $\alpha\nu, \epsilon\nu, \omicron\nu \mapsto$  Phonemfolgen  $av, af, ev, ef$  bzw. u.  
 $\psi, \xi \mapsto$  Phonemfolge  $ps, ks$
- Mehrere Schreibungen ein Phonem:  
Phonem **i**:  $\iota, \eta, \upsilon, \epsilon\iota, \omicron\iota, \upsilon\iota$ ; Phonem **e**:  $\epsilon, \alpha\iota$ ; Phonem **o**:  $o, \omega$
- Wechselwirkung der Aussprache mit Betonung, Silbenanfang:  

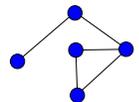
$\beta\acute{\alpha}\kappa\iota\lambda\omicron\iota$	-	$v'akili$
$\phi\iota\lambda\omicron\iota$	-	$fil'i$
$\rho\omicron\lambda\omicron\iota$	-	$rol'oi$
- Unsicherheit bei  $\mu\pi, \nu\tau$  und  $\gamma\kappa$ ,
- Für die Grapheme  $\delta$  und  $\vartheta$  gibt es im (Hoch-) Deutschen keine adäquaten Phoneme.



# Besonderheiten des Neugriechischen

- Konsonantverdopplungen nicht hörbar bei  $\beta, \lambda, \mu, \nu, \pi, \sigma, \tau$ , da alle Vokale kurz, **aber**  $\gamma\gamma \mapsto ng$ .  
Weitere Kombinationen:  $\alpha\upsilon, \epsilon\upsilon, \omicron\upsilon \mapsto$  Phonemfolgen av, af ,ev, ef bzw. u.  
 $\psi, \xi \mapsto$  Phonemfolge ps, ks
- Mehrere Schreibungen ein Phonem:  
Phonem i:  $\iota, \eta, \upsilon, \epsilon\iota, \omicron\iota, \upsilon\iota$ ; Phonem e:  $\epsilon, \alpha\iota$ ; Phonem o:  $\omicron, \omega$
- Wechselwirkung der Aussprache mit Betonung, Silbenanfang:  

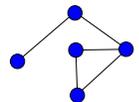
βάκιλοι	-	v'akili
φιλοί	-	fil'i
ρολόι	-	rol'oi
- Unsicherheit bei  $\mu\pi, \nu\tau$  und  $\gamma\kappa$ ,
- Für die Grapheme  $\delta$  und  $\vartheta$  gibt es im (Hoch-) Deutschen keine adäquaten Phoneme.
- Lautverschiebung: z.B.  $\kappa\tau \mapsto \chi\tau, \sigma\vartheta \mapsto \sigma\tau$ .



# Lösungsvorschlag

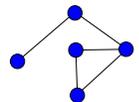
---

- Zwei-/drei-stufiges Verfahren, kann nach jeder Stufe gestoppt werden.



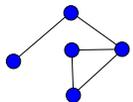
# Lösungsvorschlag

- Zwei-/drei-stufiges Verfahren, kann nach jeder Stufe gestoppt werden.
  1. Beseitigung der unhörbaren Varianten,  
griechische Umkodierung, Betonung bleibt erhalten:  
ca. 30 Regeln.



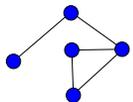
# Lösungsvorschlag

- Zwei-/drei-stufiges Verfahren, kann nach jeder Stufe gestoppt werden.
  1. Beseitigung der unhörbaren Varianten, griechische Umkodierung, Betonung bleibt erhalten: ca. 30 Regeln.
  2. Nachbilden der Phonetik (Lautfolgen, Zeichenfolgen), Reduktion (stimmhaft  $\mapsto$  stimmlos), i-Varianten: ca. 60 weitere Regeln, Transcription auf Folgen von Phonemen aus ca. 15 Phonemklassen. Klassen durch Zeichen des lateinischen Alphabets beschrieben.



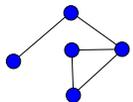
# Lösungsvorschlag

- Zwei-/drei-stufiges Verfahren, kann nach jeder Stufe gestoppt werden.
  1. Beseitigung der unhörbaren Varianten, griechische Umkodierung, Betonung bleibt erhalten: ca. 30 Regeln.
  2. Nachbilden der Phonetik (Lautfolgen, Zeichenfolgen), Reduktion (stimmhaft  $\mapsto$  stimmlos), i-Varianten: ca. 60 weitere Regeln, Transcription auf Folgen von Phonemen aus ca. 15 Phonemklassen. Klassen durch Zeichen des lateinischen Alphabets beschrieben.
  3. (Soundex auf dem Ergebnis von (2) für Spezialfälle).



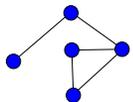
# Lösungsvorschlag

- Zwei-/drei-stufiges Verfahren, kann nach jeder Stufe gestoppt werden.
  1. Beseitigung der unhörbaren Varianten, griechische Umkodierung, Betonung bleibt erhalten: ca. 30 Regeln.
  2. Nachbilden der Phonetik (Lautfolgen, Zeichenfolgen), Reduktion (stimmhaft  $\mapsto$  stimmlos), i-Varianten: ca. 60 weitere Regeln, Transcription auf Folgen von Phonemen aus ca. 15 Phonemklassen. Klassen durch Zeichen des lateinischen Alphabets beschrieben.
  3. (Soundex auf dem Ergebnis von (2) für Spezialfälle).
- Kein Weglassen der Vokale, keine Längenbegrenzung



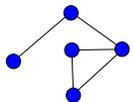
# Lösungsvorschlag

- Zwei-/drei-stufiges Verfahren, kann nach jeder Stufe gestoppt werden.
  1. Beseitigung der unhörbaren Varianten, griechische Umkodierung, Betonung bleibt erhalten: ca. 30 Regeln.
  2. Nachbilden der Phonetik (Lautfolgen, Zeichenfolgen), Reduktion (stimmhaft  $\mapsto$  stimmlos), i-Varianten: ca. 60 weitere Regeln, Transcription auf Folgen von Phonemen aus ca. 15 Phonemklassen. Klassen durch Zeichen des lateinischen Alphabets beschrieben.
  3. (Soundex auf dem Ergebnis von (2) für Spezialfälle).
- Kein Weglassen der Vokale, keine Längenbegrenzung
- Kontextsensitive Regeln in jeder Stufe, Datenstrom. Muster: (Zeichen, nächst. Zeichen)  $\mapsto$  (Aktion, Fortsetzungspunkt)



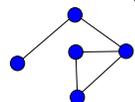
# Lösungsvorschlag

- Zwei-/drei-stufiges Verfahren, kann nach jeder Stufe gestoppt werden.
  1. Beseitigung der unhörbaren Varianten, griechische Umkodierung, Betonung bleibt erhalten: ca. 30 Regeln.
  2. Nachbilden der Phonetik (Lautfolgen, Zeichenfolgen), Reduktion (stimmhaft  $\mapsto$  stimmlos), i-Varianten: ca. 60 weitere Regeln, Transcription auf Folgen von Phonemen aus ca. 15 Phonemklassen. Klassen durch Zeichen des lateinischen Alphabets beschrieben.
  3. (Soundex auf dem Ergebnis von (2) für Spezialfälle).
- Kein Weglassen der Vokale, keine Längenbegrenzung
- Kontextsensitive Regeln in jeder Stufe, Datenstrom. Muster: (Zeichen, nächst. Zeichen)  $\mapsto$  (Aktion, Fortsetzungspunkt)
- Dreistufiger Ansatz auf andere Sprachen verallgemeinerungsfähig. Dritte Stufe dem Thema Wörterbuch nicht angemessen.



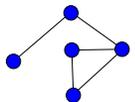
# Beispiele aus den Regeln der 1. Stufe

Z	nZ	Bedingung, Bemerkung	Phonem	Code	Schritt
α	ι		e	ε	+
α	ί		e	έ	+
α	υ	nicht bearbeiten	af, av	αυ	+
α	ύ	nicht bearbeiten	af, av	αύ	+
β	β		v	β	+
ε	ι		i	ι	+
η			i	ι	
ο	ι		i	ι	+
ο	ί		i	ί	+
ο	υ	nicht bearbeiten	u	ου	+
υ			i	ι	
ύ			i	ί	
ϋ			i	ϊ	
ϋ			i	ι̇	
ω			o	ο	



## 2. Stufe

- - Buchstabenkombinationen auflösen:  $\alpha\upsilon$ ,  $\epsilon\upsilon$ ,  $\mu\pi$ ,  $\nu\tau$
- Kombinationen  $\gamma\gamma$ ,  $\gamma\kappa$ ,  $\kappa\kappa$  bearbeiten
- i-Allophone
- Stimmhafte Konsonanten  $\rightarrow$  stimmlose, z.B.  $z$  ( $\zeta$ )  $\rightarrow$   $s$
- $\psi$ ,  $\chi$   $\rightarrow$   $ps$ ,  $ks$
- Vokalverdopplungen entfernen

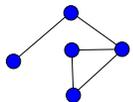


## 2. Stufe

- - Buchstabenkombinationen auflösen: αυ, ευ, μπ, ντ
- Kombinationen γγ, γκ, κκ bearbeiten
- i-Allophone
- Stimmhafte Konsonanten → stimmlose, z.B. z (ζ) → s
- ψ, χ → ps, ks
- Vokalverdopplungen entfernen

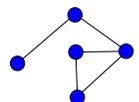
### • Beispiele:

φιλοξενία	filoksenia
οινοποιεΐο	inopj'io → inopio



# Phoneme für Konsonanten

	Artikulationsart				
	momentan		koninuierlich		
	Klusile		Frikative	Sonoranten	
	stimmlos	stimmhaft	stimmlos	stimmhaft	
Labiale	p	b	f	v	m (Nasal)
Dentale	t	d	θ	ð	n (Nasal)
Alveolare	t <sup>s</sup>	d <sup>z</sup>	s	z	r (Tremulant)
Velare	k	g	(i/a)ch	ɣ (j)	l (Lateral)

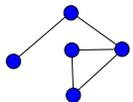


# Phoneme für Konsonanten

	Artikulationsart				
	momentan		koninuierlich		
	Klusile		Frikative		Sonoranten
	stimmlos	stimmhaft	stimmlos	stimmhaft	
Labiale	p p	b p	f f	v f	m (Nasal)
Dentale	t t	d t	θ t?s	ð s	n (Nasal)
Alveolare	t <sup>s</sup> ts	d <sup>z</sup> [2] ts	s s	z s	r (Tremulant)
Velare	k k	g k	(i/a)ch c,h	ɣ(j) [1] j→i	l (Lateral)

[1] γιορτάζω - jort'azo → jortaso iortaso

[2] τζατζίκι - dzadz'iki → tsatsiki

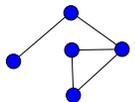


# Konsonanten - Probleme

● Stimmhaftes b (μπ) und d (ντ)

λάμπα - l'amba → lampa

μπαμπάς - bab'as → papas

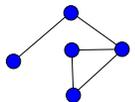


# Konsonanten - Probleme

## Stimmhaftes b (μπ) und d (ντ)

λάμπα - l'amba → lampa **warum nicht** lapa

μπαμπάς - bab'as → papas **warum nicht** pampas



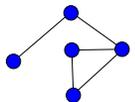
# Konsonanten - Probleme

## ● Stimmhaftes b (μπ) und d (ντ)

λάμπα - l'amba → lampa **warum nicht** lapa

μπαμπάς - bab'as → papas **warum nicht** pampas

## ● Unbetontes Phonem i nach Konsonanten oder vor Vokal Verschiedene Möglichkeiten: i, j, j-ähnlich, (schwach) (i)ch, Ausfall ↳ Ursache vieler Regeln



# Konsonanten - Probleme

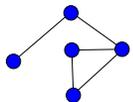
## ● Stimmhaftes b (μπ) und d (ντ)

λάμπα - l'amba → lampa **warum nicht** lapa  
μπαμπάς - bab'as → papas **warum nicht** pampas

## ● Unbetontes Phonem i nach Konsonanten oder vor Vokal Verschiedene Möglichkeiten: i, j, j-ähnlich, (schwach) (i)ch, Ausfall ↳ Ursache vieler Regeln

## ● Wort - phonetische Beschreibung M:N

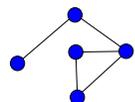
μπαμπάς - bab'as → papas **und** pampas  
παπάς - pap'as → papas  
για - ja → ia  
γεια - ja → ia



# Konsonanten - griechische Schreibung

	Artikulationsart				
	momentan		koninuierlich		
	Klusile		Frikative		Sonoranten
	stimmlos	stimmhaft	stimmlos	stimmhaft	
Labiale	π p ρ	μπ b ρ	φ f (α,ε,ι)υ f	β v (α,ε,ι)υ f	μ m μ(π) m(p)
Dentale	τ t t	ντ d t	θ t?s	δ s	ν n, ντ nt γ(γ,κ) n <sup>k</sup>
Alveolare	τσ t <sup>s</sup> ts	τζ d <sup>z</sup> [2] ts	σ,ς s s	ζ z s	ρ r
Velare	κ k k	γ(α,ο,ου) g k	χ(ι,α) (i/a)ch c,h	γ(ε,ι)(j) j→i	λ l

16 Phonemklassen: **p, t, k, f, s, (i)c(h), (ac)h, m, n, r, l; a, e, i, o, u**

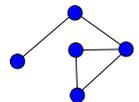


# Realisierung

- Diplomarbeit abgeschlossen
- Prototyp:



URL <http://teiresias.uni-leipzig.de>



# Mathematischer Abstandsbegriff

## ● Funktionalanalysis - Metrische Räume

Seien  $\mathcal{D}$  ein Vektorraum,  $\rho$  eine Abbildung,  $\rho: \mathcal{D} \times \mathcal{D} \mapsto \mathcal{R}^+ \cup \{0\}$  mit:

i:  $\rho(x, y) \geq 0$  für  $x, y \in \mathcal{D}$ ,  $\rho = 0 \leftrightarrow x = y$ .

ii:  $\rho(x, y) = \rho(y, x)$ ,  $x, y \in \mathcal{D}$  (Symmetrie)

iii:  $\rho(x, y) + \rho(y, z) \leq \rho(x, z)$ ,  $x, y, z \in \mathcal{D}$  (Dreiecksungleichung),

dann heißt  $(\mathcal{D}, \rho)$  metrischer Raum.

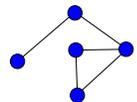
● ohne die Bedingung  $\rho = 0 \leftrightarrow x = y$ : Pseudometrik

● Informatik:  $\mathcal{D}$  sei (nur) eine Menge.

● Zu einer Menge kann es mehrere, verschiedene Abstandsdefinitionen geben ( $\rightarrow$  verschiedene Räume)

● Sei  $\mathcal{B}$  ein normierter Raum mit der Norm  $\|\cdot\|$ , dann ist  $\rho(x, y) = \|x - y\|$  eine Metrik.

● Nicht aus Norm erzeugt: *Diskrete Metrik*:  $\rho = 0 \leftrightarrow x = y$ ,  $\rho = 1$  sonst.



# Beispiele normierter Räume

- $\mathcal{D}$  Menge der über einem abgeschlossenen Intervall  $I$  stetigen Funktionen  $f$ :

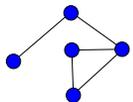
$$\|f\| = \max_{x \in I} (|f(x)|).$$

- $L_1, L_p$ :  $\mathcal{D}$  Menge der messbaren Funktionen über einem abgeschlossenen Intervall  $I$  mit

$$\int_I |f|^p dx < \infty, 1 \leq p < \infty, \text{ fest.}$$

- $L_\infty$ :  $\mathcal{D}$  Menge der messbaren Funktionen über einem abgeschlossenen Intervall  $I$  mit

$$\text{ess sup}_{x \in I} (|f(x)|) < \infty.$$



# Beispiele - diskreter Fall

•  $l_1, l_p$ :  $\mathcal{D}$  Menge der Folgen  $\tilde{a} = \{a_i\}_{i=1}^{\infty}$  mit  $\sum_{i=1}^{\infty} (|a_i|^p) < \infty$ ,  $1 \leq p < \infty$ , fest.

•  $l_{\infty}$ :  $\mathcal{D}$  Menge der Folgen  $\tilde{a} = \{a_i\}_{i=1}^{\infty}$  mit  $\max_i (|a_i|) < \infty$ .

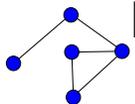
Endlich viele Folgenglieder:  $\tilde{a} = \{a_i\}_{i=1}^m$

•  $\mathcal{D}$  Menge der Folgen  $\tilde{a} = \{a_i\}_{i=1}^m$  mit  $\sum_{i=1}^m (|a_i|^p) < \infty$ ,  $1 \leq p < \infty$ , fest.

$p = 1$  führt auf die Manhattan-Metrik,  
 $p = 2$  auf die Euklidische.

•  $\mathcal{D}$  Menge der Folgen  $\tilde{a} = \{a_i\}_{i=1}^m$  mit  $\max_i (|a_i|) < \infty$ .

Freiwillige Übungsaufgabe: Skizzieren Sie für  $m = 2$  das Aussehen des Einheitskreises in Abhängigkeit von  $p$ .



# Distanzfunktionen mit Gewichten

Sei  $\mathcal{A}$  eine positiv semidefinite  $m$ -reihige Matrix.

$x, y \in \mathcal{R}^m$ .

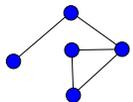
● Gewichtete Distanzfunktion:

$$\rho(\mathcal{A}; x, y) = ((x - y)^T \mathcal{A} (x - y))^{1/2}$$

Anwendung: Modellierung eines Farbkreises.

● Sonderfall

$\mathcal{A}$  hat Diagonalgestalt: Euklidische Distanz mit Gewichtung der Achsenrichtungen.



# Hausdorffdistanz

Abstand zweier kompakter Mengen  $\mathcal{A}, \mathcal{B}$  eines metrischen Raumes  $\mathcal{R}$ , Metrik  $d(., .)$  kompakte M. im metr.Raum: Grenzwert einer konverg. Folge gehört zur Menge.

- gerichteter Abstand:

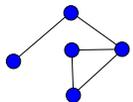
$$d1_H(\mathcal{A}, \mathcal{B}) = \max(\sup_{a \in \mathcal{A}} \inf_{b \in \mathcal{B}} d(a, b))$$

- Hausdorff-Distanz:

$$d_H(\mathcal{A}, \mathcal{B}) = \max(\sup_{a \in \mathcal{A}} \inf_{b \in \mathcal{B}} d(a, b), \sup_{b \in \mathcal{B}} \inf_{a \in \mathcal{A}} d(a, b))$$

- Verbal:

Zwei Mengen haben eine HD von höchstens  $r$  voneinander, g.d.w. jeder Punkt einer Menge ist innerhalb eines Abstandes  $r$  von einem Punkt der anderen.



# Hamming-Distanz

Richard W. Hamming. Error Detecting and Error Correcting Codes,  
Bell System Technical Journal 26(2):147-160, 1950.

● Gegeben:

Alphabet  $\mathcal{A}$ , 2 Zeichenketten  $a = \{a_i\}_{i=1}^n, b = \{b_i\}_{i=1}^n$  der Länge  $n$ .

$$d_H(a, b) = \sum_{i=1, a_i \neq b_i}^n (1)$$

$d_H$  ist eine Metrik auf der Menge der Zeichenketten der Länge  $n$

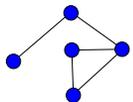
●  $\mathcal{A} = \{0, 1\}$ , Zeichenkette: Binärzahlen der Länge  $n$

$d_H(a, b) =$  Anzahl der 1-Zeichen in  $a \text{ xor } b$ .

Darstellung des Übergangs von  $a$  nach  $b$  als Kantenfolge in einem  $n$ -dimensionalen Hyper-Würfel.

Beispiele: [http://en.wikipedia.org/wiki/Hamming\\_distance](http://en.wikipedia.org/wiki/Hamming_distance)

● Fehlerkorrektur - suche nach korrektem Code mit kleinstem Abstand.



# Levenstein-Distanz

● Auch: edit-distance

● **Definition:** Gegeben zwei Zeichenketten  $x = \{x_i\}_{i=1}^n$ ,  $y = \{y_j\}_{j=1}^m$ .

Grundoperationen mit Gewicht

**insert**( $x, c, l$ ): fügt in Zeichenkette  $x$  das Zeichen  $c$  an der Position  $l$  ein.

Gewicht  $g_i$ .

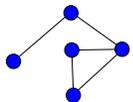
**delete**( $x, l$ ): löscht in Zeichenkette  $x$  das Zeichen an der Position  $l$ .

Gewicht  $g_d$ .

**replace**( $x_l, c, l$ ): ersetzt in Zeichenkette  $x$  das Zeichen an der Position  $l$  durch  $c$ . Gewicht  $g_r$ .

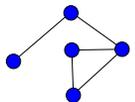
Gesucht: eine Folge von Grundoperationen minimalen Gesamtgewichts  $d$  (= Summe der Gewichte), die  $x$  in  $y$  überführt.

Das **Gesamtgewicht einer Minimalfolge** ist die **Levenstein-Distanz** von  $x$  und  $y$ .



# Levenstein-Distanz (Verallgemeinerungen)

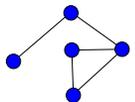
- Gültigkeit einer Dreiecksungleichung für Gewichte für Operationen an einer Position - jede Position nur einmal bearbeitet.
- Die Gewichte können abhängen vom Zeichen (sowohl dem zu ersetzenden und dem ersetzenden) (unsymmetr. Metriken, symmetrisierbar)
- Verallgemeinerung auf Baumstrukturen



# Levenstein-Distanz (Berechnung)

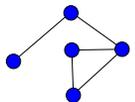
- Idee: Berechnung der Distanz aller möglichen Präfix-Paare der zwei Zeichenketten  $x, Y$ .
- $x = ua, y = vb$ .

$$g(ua, vb) = \min \begin{cases} g_d(x, \cdot) + g(u, vb) & - \text{Loeschen von a} \\ g_i(\cdot, b, \cdot) + g((ua, v) & - \text{Einfuegen von b} \\ g_r(a, b, \cdot) + g(u, v) & - \text{Ersetzen a durch b} \end{cases}$$



# Levenstein-Distanz für Baumstrukturen

- **Definition:** Ein *Baum* besteht aus einem Knoten und einer daran angehängten, geordneten Folge disjunkter Bäume. Eine solche Folge heißt *Wald*.
- Grundoperationen: (jeweils mit Kosten zu versehen)  
Ersetzen eines Knotens (ändert Baumstruktur nicht)  
Einfügen eines Knotens (verschiebt den neuen Wald)  
Löschen eines Knotens (verschiebt den Wald).
- Gegeben zwei Wälder  $\mathcal{F}, \mathcal{G}$ . Sei  $\mathcal{X}$  die Menge aller Folgen von Grundoperationen, deren Hintereinanderausführung  $\mathcal{F}$  in  $\mathcal{G}$  überführt. Die Editier-Distanz  $d(\mathcal{F}, \mathcal{G})$  ist das kleinste Gesamtgewicht eines Elements aus  $\mathcal{X}$
- Algorithmen: Tai - 1979:  $O(n^6)$ , Zhang-Shasha - 1989:  $O(n^4)$ , Klein - 1998:  $O(n \log n)$ .  
Forschungsgegenstand. (2004, 2005, ...)



# Ähnlichkeit von Vektoren

● vgl.: Math. Abstandsbegriff - normierte Räume sind Vektorräume.

● Hilberträume  $\mathcal{R}$ : Skalarprodukt  $(., .)$  (verträglich mit Norm)

●  $d(x, y) = 1 - \frac{|(x, y)|}{\|x\| \times \|y\|}$  für  $x, y \in \mathcal{R}$ .

Anschaulich im  $\mathcal{R}^2$ :  $d(x, y) = 1 - |\cos(x, y)|$

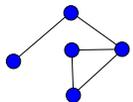
d.h. Abstand gering - fast gleiche Richtung.

Verallgemeinerung: ohne Betrag

● Ähnlichkeit nach TANIMOTO

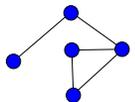
$d(x, y) = 1 - \frac{(x, y)}{\|x\|^2 + \|y\|^2 - (x, y)}$  für  $x, y \in \mathcal{R}$ .

Vergleiche von Molekülstrukturen in Bio-DB und Chemie-DB: Fingerprint  
- Bitkette



# Ähnlichkeit von BIT-Vektoren

- Chemie, Biochemie: es existiert eine Liste von  $n$  Bestandteilen.  
Molekül =  $(t_1, t_2, \dots, t_n)$ .  $T_j$  gibt an, ob das  $j$ -te Element der Liste im Molekül vorkommt (1) oder nicht (0)
- Jaccard-Koeffizient / Tanimoto-Index:  
 $s, t$  zwei Bit-Vektoren der Länge  $n$ .  
Tanimoto-Index:  
$$T(s, t) = \frac{\sum_{j=1}^n s_j \wedge t_j}{\sum_{j=1}^n s_j \vee t_j}$$
  
Ähnlichkeit =  $1 - T$ .
- Gemeinsames Fehlen wird ignoriert.



# Ähnlichkeit von BIT-Vektoren II

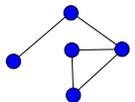
- $s, t, n$  wie eben,  
 $a$  Anzahl Übereinstimmungen und gleich 1,  
 $b$  Anzahl Nichtübereinst. und  $a_j = 1$ ,  
 $c$  Anzahl Nichtübereinst. und  $b_j = 1$ ,  
 $d$  Anzahl Übereinstimmungen und gleich 0.

- Auswahl:

Kovarianz	$a/n - ((a+b)/n \times (a+c)/n)$
Jaccard	$a/(a+b+c)$
Dice	$2a/(2a+b+c)$
Russel-Rao	$a/(a+b+c+d)$
Sokal-Sneath	$a/(a+2(b+c))$
Normal	$(a+d)/(a+b+c+d)$

...

Neg. Übereinst. ignor.  
Neg. Ü. ign., pos. Ü. dopp.



# N-Gramme

Gegeben: Zeichenketten  $a, b, \dots$  über einem Alphabet  $\mathcal{A}$

- Ein N-Gramm  $x$  ist eine Zeichenkette über  $\mathcal{A}$ , die aus  $N$  Zeichen besteht.  $a$  enthält  $x$ , g.d.w.  $x$  Teilzeichenkette von  $a$  ist.  
In praxi: Bi- und Trigramme.

- Idee: Gleiche Zeichenketten = gleiche N-Gramme.  
Zwei Zeichenketten sind ähnlich, wenn sie viele gemeinsame N-Gramme haben:

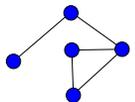
$$s = 2c / (n + m) \quad c \text{ Zahl der gemeinsamen Trigramme } t \text{ (mit Wiederholung)}$$

$m, n$  Längen der Zeichenketten

- Alternativ: Virtuell zwei Leerzeichen am Anfang und Ende: bessere Bewertung dieser Stellen.

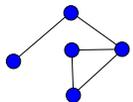
$$s = 2c / ((n + 2) + (m + 2)) \quad c \text{ Zahl der gemeinsamen Trigramme}$$

$m, n$  Längen der Zeichenketten



## N-Gramme (2)

- Kritisch:  
Festlegung der Ähnlichkeitsschwelle problemabhängig.  
In Berechnung gehen die Längen  $n, m$  ein.
- Anwendungen:  
Wichtiges Hilfsmittel zur Zeichenkettenanalyse
  - Ähnlichkeit (s.o)
  - Anzahl der Bi- und Trigramme über einem Alphabet bekannt:  
 $card(\mathcal{A})^2, card(\mathcal{A})^3$ .  
Häufigkeitsverteilungen für Sprache oder Fachsprachen  
charakteristisch.  
⇒ Erkennung der Sprache eines Textes  
⇒ Zuordnung eines Textes zu Fachgebiet (zusammen mit  
Wortanalyse)  
⇒ Bestandteil der Kryptoanalyse.

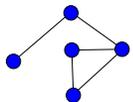


## N-Gramme (3)

Reinhard Rapp: Die Berechnung von Assoziationen: ein korpuslinguistischer Ansatz. Hildesheim; Zürich; New York: Olms, 1996. ISBN: 3-487-10252-8 (Diss.)

- Trigrammähnlichkeit intuitiv gut.
- Einfache Buchstabendreher → unterbewertete Ähnlichkeit
- Bei gleicher (Trigramm-) Ähnlichkeit sollen mehrerer Worte zu einem Muster sollen häufigere Worte besser bewertet werden.

$$S = \frac{20c}{n+m} + \frac{2b}{n+m} + \frac{h}{10^8} \quad \left| \begin{array}{l} c \quad : \text{Anz. gemeins. Trigr.} \\ n, m : \text{Längen der Zeichenk.} \\ h \quad : \text{Korpushäufigkeit des betrachteten Wortes.} \end{array} \right.$$



# N-Gramme (4)

Andere Ähnlichkeitsmaße für Trigramme

Gegeben: Zeichenketten  $a, b$  über einem Alphabet  $\mathcal{A}$

Seien  $c_a(t), c_b(t)$  die Häufigkeiten des Trigramms  $t$  in den Zeichenketten  $a$  bzw.  $b$ .

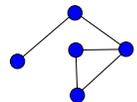
● KoKS-Projekt:

$$a = \frac{\sum_t (\min(c_a(t), c_b(t)))}{\sum_t (\max(c_a(t), c_b(t)))}$$

● Beziehung zum Jaccard-Maß: Ohne Beachtung der Anzahl: Auftretenen von  $t$  ist 1, Nichtauftreten 0.

● Baldwin; Tanaka (2000):

Ersetzt man  $\sum_t (\max(c_a(t), c_b(t)))$  durch das arithm. Mittel der Längen von  $a, b$ , geht  $a$  in  $S$  über (s.o.).



# Sprachprobleme

Zuordnung von Zeichenketten über Sprachgrenzen (natürl. Sprachen, Fachsprachen) - M:N.

Metawissen (Gebiet) - Ontologie d. Begriffe (Gleichheit = gl. Position in d. O.)

● (η) αναχώρηση: Abfahrt(Bahn, Schiff), Abflug (Flugzeug)

● Kontext

άγριος	:	(9 Übers.) blind (Haß, Wut), rauh (Berge, Wetter), streng (Blick)
στράβος	:	blind (nicht sehend), Syn. τυφλός
στράβος	:	blind (völlig ungebildet)
λαθραίος	:	blind (Passagier )

● Kontext *Verwandschaft* zu grob:

(ο) γαμπρός	:	Bräutigam
(ο) γαμπρός	:	Schwager (Mann der Schwester)
(ο) κουνιάδος	:	Schwager ( Bruder d. Ehefrau / d. Ehemanns)

● Kontext in Fachsprachen

Quark	:	Speise; Elementarteilchentheorie
charmant, Quark	:	Elementarteilchentheorie
Farbe, Quark	:	Speise; Elementarteilchentheorie
String	:	Informatik, Kosmologie

