4. Relationenalgebra

- Einleitung
- Selektion und Projektion
- Mengenoperatoren
  - Vereinigung, Durchschnitt, Differenz
  - kartesisches Produkt
- Verbundoperationen (Join)
  - Theta-Join
  - natürlicher Verbund
  - Semi-Join
  - äußerer Verbund
- Division
- Beispielanfragen

Sprachen für das Relationenmodell

- Datenmodell = Datenobjekte + Operatoren
- im RM wird vereinheitlichte Sprache angestrebt für:
  - Anfragen (Queries) im 'Stand-Alone'-Modus
  - Datenmanipulation und Anfragen eingebettet in eine Wirtssprache
  - Datendefinition
  - Zugriffs- und Integritätskontrolle
  - Unterstützung verschiedener Benutzerklassen: Anwendungsprogrammierer, DBA, gelegentliche Benutzer
- verschiedene Grundtypen von Sprachen
  - formale Ansätze: Relationenalgebra und Relationenkalkül
  - abbildungsorientierte Sprachen (z. B. SQL)
  - Graphik-orientierte Sprachen (z. B. Query-by-Example)

Relationenalgebra

- *Algebra*: ein System, das aus einer nichtleeren Menge und einer Familie von Operationen besteht
  - Relationen sind Mengen
  - Operationen auf Relationen arbeiten auf einer oder mehreren Relationen als Eingabe und erzeugen eine Relation als Ausgabe (Abgeschlossenheitseigenschaft)
    => mengenorientierte Operationen
- Operationen:

***Klassische Mengenoperationen*:**

- Vereinigung
- Differenz
- kartesisches Produkt
- Durchschnitt (ableitbar)

***Relationenoperationen*:**

- Restriktion (Selektion)
- Projektion
- Verbund (Join) (ableitbar)
- Division (ableitbar)

Selektion (Restriktion)

- Auswahl von Zeilen einer Relation über Prädikate, abgekürzt σ_P

$$\boxed{\sigma_P(R) = \{ t \mid t \in R \wedge P(t) \}}$$

P = log. Formel (ohne Quantoren !) zusammengestellt aus:
– Operanden: Attributnamen oder Konstanten
– Vergleichsoperatoren $\theta \in \{<, =, >, \leq, \neq, \geq\}$
– logische Operatoren: $\vee, \wedge, \neg$

- Beispiele:

$$\sigma_{\text{GEHALT} < \text{PROVISION}} (\text{PERS})$$

$$\sigma_{\text{BERUF='Programmierer'} \wedge \text{ALTER} < 50} (\text{PERS})$$

- Eigenschaften
  – grad $(\sigma_P(R))$ = grad (R)
  – card $(\sigma_P(R))$ <= card (R)

Projektion

- Auswahl der Spalten (Attribute) $A_1, A_2, \ldots, A_k$ aus einer Relation R (Grad n >= k)

$$\boxed{\pi_{A1,\, A2,\, \ldots,\, Ak}(R) = \{\, p \mid \exists\, t \in R : p = \langle t[A_1], \ldots, t[A_k] \rangle \}}$$

- Beispiel:

$$\pi_{\text{NAME, GEHALT}}(\text{PERS})$$

- Eigenschaften:
  - wichtig: Duplikate werden entfernt ! (Mengeneigenschaft)
  - grad $(\pi_A(R)) <=$ grad (R)
  - card $(\pi_A(R)) <=$ card (R)

Relationenalgebra: Beispiel-DB

ABT

<u>ANR</u>	ANAME	ORT
K51	Planung	Leipzig
K53	Einkauf	Frankfurt
K55	Vertrieb	Frankfurt

PERS

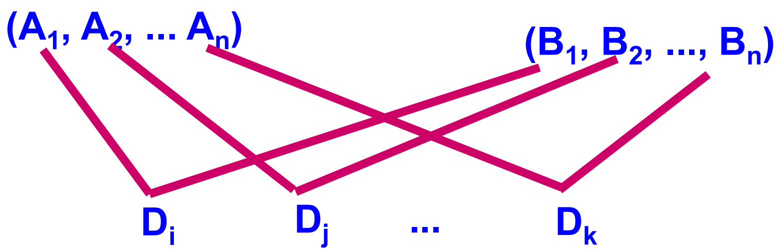
<u>PNR</u>	Name	Alter	Gehalt	ANR	MNR
406	Abel	47	50700	K55	123
123	Schulz	32	43500	K51	-
829	Müller	36	40200	K53	406
574	Schmid	28	36000	K55	123

- Finde alle Angestellten aus Abteilung K55, die mehr als 40.000 verdienen
- Finde alle Abteilungsorte
- Finde den Abteilungsnamen von Abteilung K53

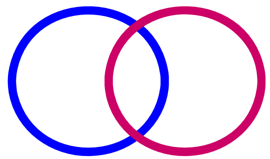
Klassische Mengenoperationen

- Voraussetzung: *Vereinigungsverträglichkeit* der beteiligten Relationen:

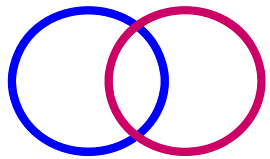
  gleicher Grad - gleiche Bereiche: => $W(A_i) = W(B_i) \quad : \quad i = 1, n$



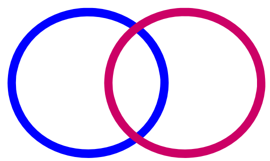
- Vereinigung: $R \cup S = \{ t \mid t \in R \vee t \in S \}$
  - card $(R \cup S)$ <= card (R) + card (S)



- Differenz: $R - S = \{ t \mid t \in R \wedge t \notin S \}$
  - card (R - S) <= card (R)



- Durchschnitt:
  $R \cap S = R - (R - S) = \{ t \mid t \in R \wedge t \in S \}$
  - card $(R \cap S)$ <= min (card (R), card (S))



(Erweitertes) Kartesisches Produkt

R (Grad r) und S (Grad s) beliebig

$$R \times S = \{ k \mid \exists x \in R, y \in S : k = x \mid y \}$$

Beachte: $k = x \mid y = < x_1, \ldots, x_r, y_1, \ldots, y_s >$

<u>nicht</u> $<<x_1, \ldots, x_r>, <y_1, \ldots, y_s>>$ wie übliches kart. Produkt

– grad $(R \times S)$ = grad (R) + grad (S); card $(R \times S)$ = card (R) $*$ card (S)

Beispiel

R

A	B	C
a	γ	1
d	α	2
b	β	3

S

D	E	F
b	γ	3
d	α	2

$R \times S$

Allgemeiner Verbund (Theta-Join)

- grob:
  - kartesisches Produkt zwischen zwei Relationen R (Grad r) und S (Grad s).
  - eingeschränkt durch Θ -Bedingungen zwischen Attribut A von R und Attribut B von S.
- Θ-Verbund zwischen R und S:

$$\boxed{\mathbf{R} \underset{A\,\Theta\,B}{\bowtie} \mathbf{S} = \sigma_{A\,\Theta\,B}(R \times S)}$$

mit arithm. Vergleichsoperator $\Theta \in \{<, =, >, \leq, \neq, \geq\}$

- Bemerkungen:
  - ***Gleichverbund (Equijoin):*** Θ = ’=’ :

Natürlicher Verbund (Natural Join)

- grob: Gleichverbund über <u>alle</u> gleichen Attribute und Projektion über die verschiedenen Attribute
- natürlicher Verbund zwischen R und S:

gegeben: $R(A_1, A_2, \ldots, A_{r-j+1}, \ldots, A_r)$, $S(B_1, B_2, \ldots, B_j, \ldots, B_s)$

o.B.d.A.:(sonst. Umsortierung: $B_1 = A_{r-j+1}, B_2 = A_{r-j+2} \ \ldots \ B_j = A_r$

$$\boxed{R \bowtie S = \pi_{A_1,\ldots, A_r, B_{j+1}, \ldots, B_s} \sigma_{(R.A_{r-j+1} = S.B_1) \wedge \ldots \wedge (R.A_r = S.B_j)} (R \times S)}$$

$\bowtie$ Zeichen für Natural Join $\Rightarrow$ Θ = '='

– Join-Attribute sind durch Übereinstimmungsbedingung gegeben

R		
A	B	C
a_1	b_1	c_1
a_2	b_2	c_2

$\bowtie$

S		
C	D	E
c_1	d_1	e_1
c_3	d_2	e_2

=

Resultat				
A	B	C	D	E
a_1	b_1	c_1	d_1	e_1

Join-Beispiel

ABT

<u>ANR</u>	ANAME	ORT
K51	Planung	Leipzig
K53	Einkauf	Frankfurt
K55	Vertrieb	Frankfurt

PERS

<u>PNR</u>	Name	Alter	Gehalt	ANR	MNR
406	Abel	47	50700	K55	123
123	Schulz	32	43500	K51	-
829	Müller	36	40200	K53	406
574	Schmid	28	36000	K55	123

- Finde alle Angestellten (PNR, ALTER, ANAME), die in einer Abteilung in Frankfurt arbeiten und älter als 30 sind.

Semi-Join

- Ergebnisbeschränkung des Gleichverbundes auf eine der beiden Eingaberelationen

$$S \ltimes R = \pi_{\text{S-Attribute}} (S \bowtie R)$$

$$S \rtimes R = \pi_{\text{R-Attribute}} (S \bowtie R)$$

S		
A	B	C
a_1	b_1	c_1
a_2	b_2	c_2

$\ltimes$

R		
C	D	E
c_1	d_1	e_1
c_3	d_2	e_2

=

Resultat		
A	B	C
a_1	b_1	c_1

S		
A	B	C
a_1	b_1	c_1
a_2	b_2	c_2

$\rtimes$

R		
C	D	E
c_1	d_1	e_1
c_3	d_2	e_2

=

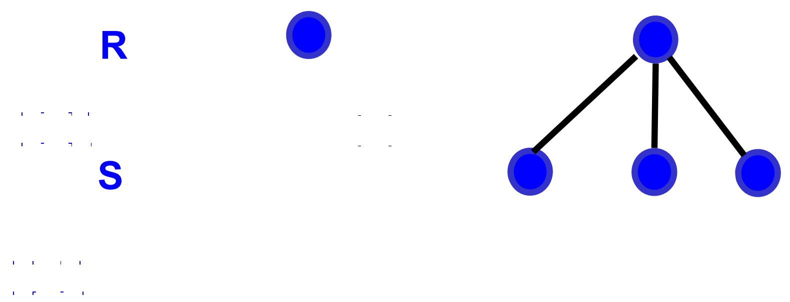
Resultat		
C	D	E
c_1	d_1	e_1

Äußerer Verbund (Outer Join)

- Ziel: Verlustfreier Verbund soll erzwungen werden
- ein Gleichverbund zwischen R und S heißt *verlustfrei*, wenn alle Tupel von R und S am Verbund teilnehmen. Die inverse Operation Projektion erzeugt dann wieder R und S (**lossless join**).

  R $\bowtie$ S verlustfrei ⇔

- Bisher: R $\bowtie$ S liefert nur „vollständige Objekte“
  – es sollen aber auch Teilobjekte als Ergebnis geliefert werden (z. B. komplexe Objekte)



  – Trick: Einfügen künstlicher Verbundpartner

Outer Join (2)

- Def.: Seien A die Verbundattribute, $\{\equiv\}$ der undefinierte Wert und
  $R' := R \cup ((\pi_A(S) - \pi_A(R)) \times \{\equiv\} \times \ldots \times \{\equiv\})$
  $S' := S \cup ((\pi_A(R) - \pi_A(S)) \times \{\equiv\} \times \ldots \times \{\equiv\})$

Äußerer Gleichverbund

$$R \mathbin{⟗}_{R.A = S.A} S := R' \bowtie_{R'.A = S'.A} S'$$

Äußerer natürlicher Verbund

$$R \mathbin{⟗} S := R' \bowtie S'$$

- Linker und rechter äußerer Gleichverbund
  – nur die linke bzw. rechte Argumentrelation bleibt verlustfrei (Einfügen künstlicher Verbundpartner in rechter bzw. linker Eingaberelation)

$$R \mathbin{⟕}_{R.A = S.A} S := R \bowtie_{R.A=S'.A} S'$$

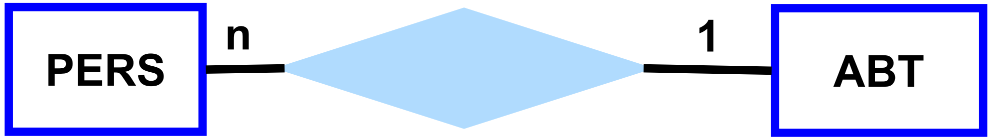
Linker äußerer Gleichverbund

$$R \mathbin{⟖}_{R.A = S.A} S := R' \bowtie_{R'.A = S.A} S$$

Rechter äußerer Gleichverbund

- Verallgemeinerung auf 2 (oder mehr) Joins, z.B. $R \mathbin{⟗} S \mathbin{⟗} T$
  – selbst isolierte Tupel können zu einem vollständigen Pfad expandiert werden

Outer Join - Beispiel



PERS

PNR	ANR ...
P1	A1
P2	A1
P3	A2
P4	-
P5	-

ABT

ANR	ANAME ...
A1	A
A2	B
A3	C

PERS ⋈ ABT

PNR	ANR	ANAME ...

PERS ⟖ ABT

PNR	ANR	ANAME ...

PERS ⟕ ABT

PNR	ANR	ANAME ...

PERS ⟗ ABT

PNR	ANR	ANAME ...

Division

- Beantwortung von Fragen, bei denen eine „ganze Relation“ zur Qualifikation herangezogen wird
- Simulation des Allquantors => ein Tupel aus R steht mit allen Tupeln aus S in einer bestimmten Beziehung
- **Definition**

Voraussetzung: S-Attribute $\subset$ R-Attribute

sei R vom Grad r und S vom Grad s, $r > s$

t sei (r-s)-Tupel, u sei s-Tupel;

dann gilt: $R \div S = \{ t \mid \forall u \in S : t\,u \in R \}$

grad $(R \div S) =$

card $(R \div S)$

Division (2)

- Beispiel

LPT

LNR	PNR	TNR
L1	P1	T1
L1	P2	T1
L2	P1	T1
L2	P1	T2
L2	P2	T1

$\div$

PT

PNR	TNR
P1	T1
P1	T2
P2	T1

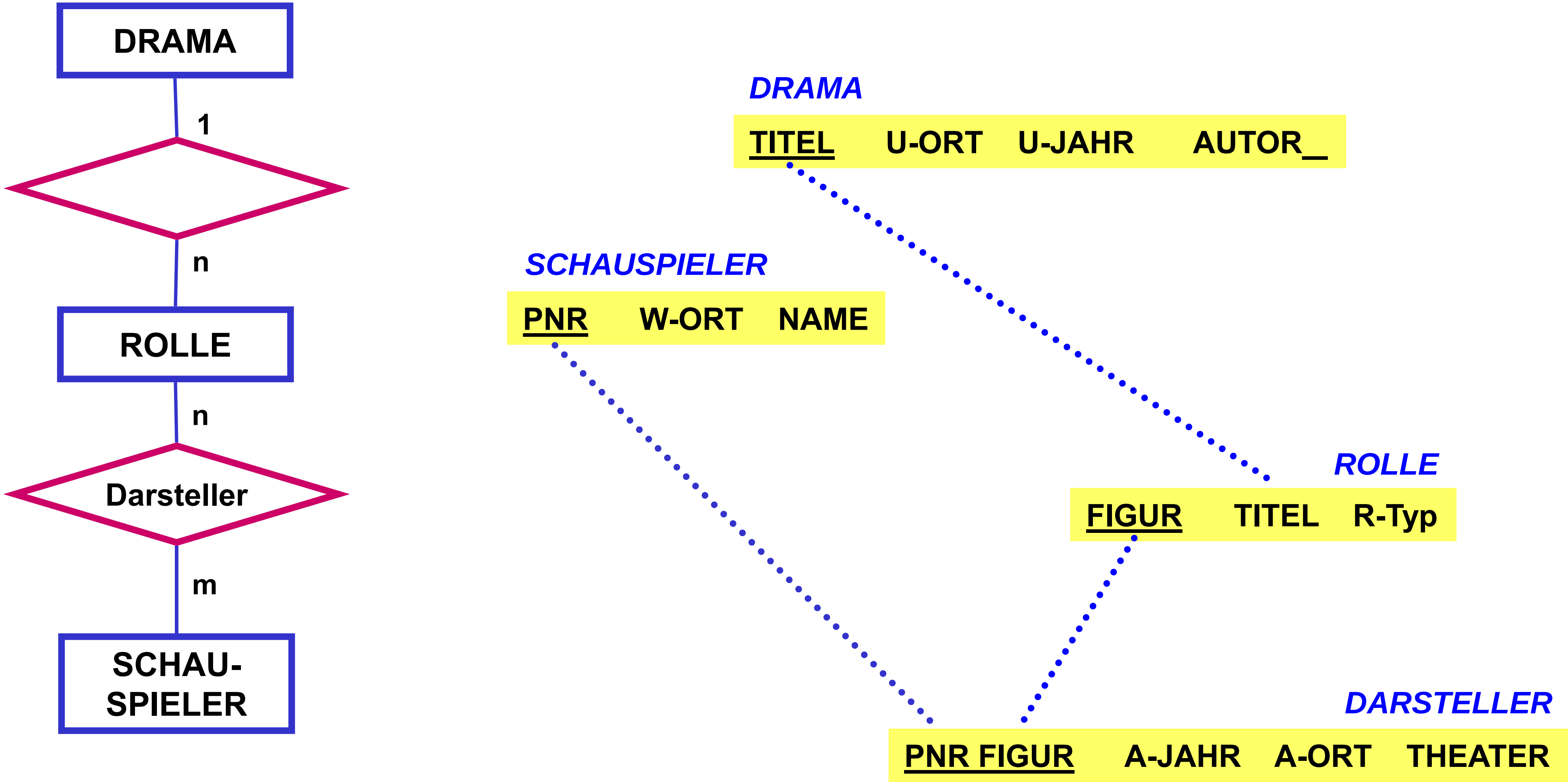
  – welche Lieferanten beliefern alle Projekte?

  – welche Lieferanten liefern alle Teile?

- Zusammenhang zwischen Division und kartesischem Produkt:

$$(R \times S) \div S = R$$

Beispiel-DB: Bühne



Beispielanfragen

- Welche Darsteller (PNR) haben im Schauspielhaus gespielt?
- Finde alle Schauspieler (NAME, W-ORT), die einmal im 'Faust' mitgespielt haben.
- Finde alle Schauspieler (NAME), die bei in Weimar uraufgeführten Dramen an ihrem Wohnort als 'Held' mitgespielt haben
- Finde die Schauspieler (PNR), die nie gespielt haben
- Finde alle Schauspieler (NAME), die alle Rollen gespielt haben.

Zusammenfassung Relationenalgebra

- saubere mathematische Definition
- mengenorientierte Operationen
- keine Änderungsoperationen!
- für Laien nicht leicht verständlich