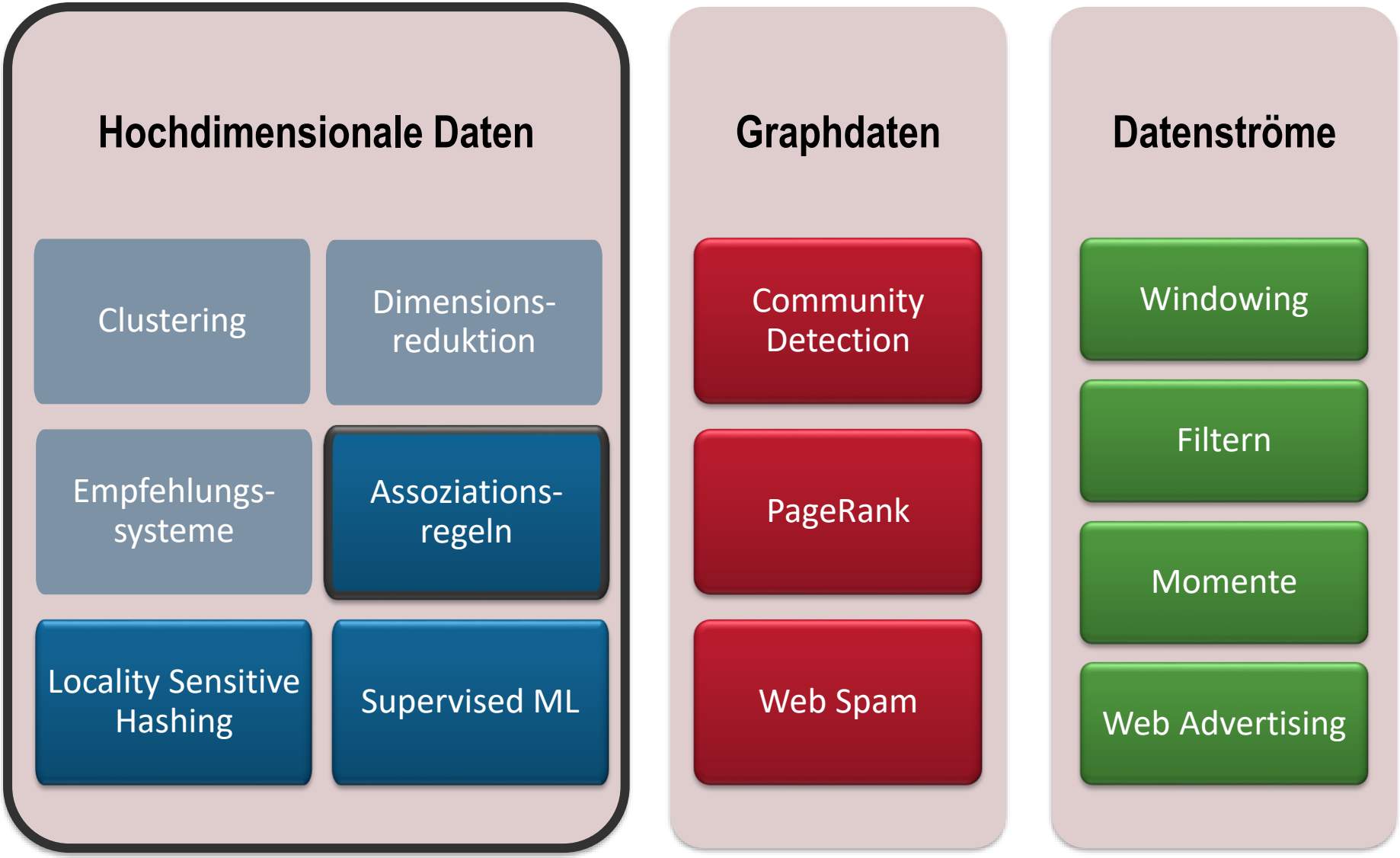
# Data Mining

## Assoziationsregeln

**Johannes Zschache**
**Wintersemester 2019**

**Abteilung Datenbanken, Universität Leipzig**
**http://dbs.uni-leipzig.de**

# Übersicht


Hochdimensionale Daten
Clustering
Dimensions-reduktion
Empfehlungs-systeme
Assoziations-regeln
Locality Sensitive Hashing
Supervised ML
Graphdaten
Community Detection
PageRank
Web Spam
Datenströme
Windowing
Filtern
Momente
Web Advertising

# Inhaltsverzeichnis



**Literatur**: Kapitel 6 aus „Mining of Massive Datasets“: http://www.mmds.org/

# Motivation

- *Warenkorbanalyse* (Market Basket Analysis): Analyse des Kaufverhaltens
- **Datengrundlage**:
  - Große Menge an **Elementen** und große Menge an **Warenkörben**
  - Zuordnungen von kleinen Mengen an Elementen zu Warenkörben
- **Beispiel**: Kaufverhalten im Supermarkt
  - Welche Produkte werden von hinreichend vielen Leuten (nicht) zusammen gekauft?
  - Klassische (Assoziations-)Regeln:
    - Wenn jemand Bratwürste kauft, dann auch Senf.
    - Wenn jemand Coca Cola kauft, dann nicht Pepsi.
    - Wenn jemand Windeln kauft, dann auch Bier.

| Warenkörbe |
| --- |
| Brot, Cola, Milch |
| Milch, Windeln |
| Bier, Cola, Windeln, Milch |
| Bier, Brot, Windeln, Milch |
| Cola, Windeln, Milch, Bier |

**Assoziationsregeln:**

{Milch} → {Cola}

{Windeln, Milch} → {Bier}

# Anwendungen

- Kaufverhalten für Werbung, Treueprogramme, Store-Design, Rabattpläne oder den „Querverkauf“ von Produkten
- Produktempfehlungen:
  - „Kunden, die diesen Artikel gekauft haben, kauften auch …“
  - „Kunden, die diesen Film angesehen haben, haben auch angesehen …“
- Thematisch verwandte Konzepte: Wörter (Elemente) und Dokumente (Warenkörbe)
- Plagiate: Dokumente (Elemente) und Sätze (Warenkörbe)
- Nebenwirkungen von bestimmten Kombination von Medikamenten
  - Elemente: Nebenwirkung und Medikament
  - Warenkörbe: Patienten

# Häufige Elementmengen

- *Elementmenge* = Teilmenge der Elemente
- **Support** einer Elementmenge $I$ ($\sup(I)$): Anteil der Warenkörbe, welche alle Elemente aus $I$ enthalten
- Gegeben eines Schwellenwerts $s$, eine Elementmenge $I$ wird als **Häufige Elementmenge** bezeichnet, falls $\sup(I) \geq s$

| Warenkörbe |
|---|
| Brot, Cola, Milch |
| Milch, Windeln |
| Bier, Cola, Windeln, Milch |
| Bier, Brot, Windeln, Milch |
| Cola, Windeln, Milch, Bier |

| Häufige Mengen ($s = 0.6$) | sup |
|---|---|
| {Milch} | 1.0 |
| {Windeln}, {Milch, Windeln} | 0.8 |
| {Cola}, {Bier}, {Bier, Milch}, {Cola, Milch}, {Windeln, Bier}, {Bier, Windeln, Milch} | 0.6 |

# Assoziationsregeln

- **Assoziationsregel**: Wenn-Dann-Regel zu den Inhalten der Warenkörbe
  - *Form*: $\{i_1, i_2, ..., i_k\} \rightarrow j$
  - *Interpretation*: Falls ein Korb die Elemente $i_1, i_2, \ldots, i_k$ enthält, dann enthält er mit hoher Wahrscheinlichkeit das Element $j$

- Auswahl einer Regeln über deren **Confidence**:

$$\text{conf}(\{i_1, i_2, ..., i_k\} \rightarrow j) = \frac{\sup(\{i_1, i_2, ..., i_k, j\})}{\sup(\{i_1, i_2, ..., i_k\})}$$

- Beispiel: falls $conf\,(\{i_1, ..., i_k\} \rightarrow j) > 0.8$, dann kommt in über 80% aller Warenkörbe mit den Elementen $i_1, ..., i_k$ auch das Element $j$ vor

# Beispiel

| Warenkörbe |
|---|
| Brot, Cola, Milch |
| Milch, Windeln |
| Bier, Cola, Windeln, Milch |
| Bier, Brot, Windeln, Milch |
| Cola, Windeln, Milch, Bier |

| Häufige Mengen ($s = 0.6$) | sup |
|---|---|
| {Milch} | 1.0 |
| {Windeln}, {Milch, Windeln} | 0.8 |
| {Cola}, {Bier}, {Bier, Milch}, {Cola, Milch}, {Windeln, Bier}, {Bier, Windeln, Milch} | 0.6 |

| Regeln | conf |
|---|---|
| {Cola} ⟶ {Milch}, {Bier} ⟶ {Windeln}, {Bier} ⟶ {Milch}, {Windeln} ⟶ {Milch}, {Bier,Windeln} ⟶ {Milch}, {Bier, Milch} ⟶ Windeln | 1.0 |
| {Milch} ⟶ {Windeln} | 0.8 |
| {Windeln} ⟶ {Bier}, {Windeln, Milch} ⟶ Bier | 0.75 |
| {Milch} ⟶ {Cola}, {Milch} ⟶ {Bier} | 0.6 |

# Die Suche nach Assoziationsregeln

- **Problem**: Finde alle Assoziationsregeln $I \rightarrow j$ mit $\sup(I \cup \{j\}) \geq s$ und $\mathrm{conf}(I \rightarrow j) \geq c$

- **Schwierigkeit**: Suche nach häufigen Elementmengen mit $sup(I) \geq s$ bzw. die Berechnung des Supports aller möglichen Elementmengen

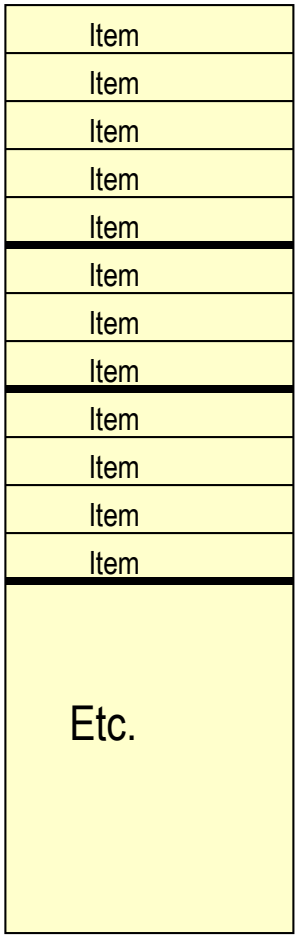
*Konstruktion der Assoziationsregeln aus häufigen Elementmengen:*

- Für jede häufige Elementmenge $I$ und jedes Element $j$ aus $I$
  - Erstelle die Regel $I \backslash \{j\} \rightarrow j$
  - Ausgabe der Regel, falls $\mathrm{conf}(I \backslash \{j\} \rightarrow j) = \frac{sup(I)}{sup(I \backslash \{j\})} \geq c$
  - (da $I$ häufig ist, ist auch $I \backslash \{j\}$ häufig; somit wurde sowohl sup($I$) als auch sup($I \backslash \{j\}$) schon berechnet)

# Suche nach häufigen Elementmengen

- Annahme, dass Daten in Dateisystem auf Festplatte gespeichert
- Sortiert nach Warenkörben
- Wenige Elemente pro Korb: Aufwand der Generierung aller Teilmengen eines Korbs ist relativ gering

- Entscheidend: **Anzahl der Warenkörbe**, insb. wenn diese nicht vollständig in Hauptspeicher passen
  - **1. Problem:** Speichern der Zwischenergebnisse (Häufigkeiten der Teilmengen) in Hauptspeicher
  - **2. Problem:** Evtl. mehrere Festplattendurchläufe nötig (Lesen aller Warenkörbe von Festplatte)



# Problem: Speichern der Zwischenergebnisse

- Beispiel: Bestimmen der häufigen Paare
- Zählen im Hauptspeicher ist nicht für große Dimensionen geeignet
  - Angenommen $n$ verschiedene Elemente und Speichern der Zähler (Integer: 4 Byte) als Dreiecksmatrix = Array der Form {1,2}, {1,3},…, {1,n}, {2,3}, {2,4},…,{2,n}, {3,4},…
  - Speicherplatz für $\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2} \approx \frac{n^2}{2}$ Zähler: $2n^2$ Byte
  - Bei 32 GB Hauptspeicher: $n < 2^{17} \approx 130\,000$
  - Damit würde weder Walmart (17 Millionen Produkte) noch Amazon (500 Millionen Produkte) auskommen
- Weniger Speicherplatz notwendig, falls nicht alle Paare auftreten
  - Speichern als *spärlich besetzte Matrix*: Liste von Tripeln $[i, j, c]$ wobei $i$ und $j$ die Elemente bezeichnen und $c$ den Zähler: 12 Byte pro Paar
  - Weniger Speicherplatz, falls maximal 1/3 der Paare auftreten

# Inhaltsverzeichnis

- **Einleitung**
- **A-Priori Algorithmus**
- **PCY Algorithmus**
- **Algorithmen mit weniger Durchläufen**
  - Zufallsstichprobe
  - SON Algorithmus
  - Algorithmus von Toivonen
- **Übungen**

**Literatur**: Kapitel 6 aus „Mining of Massive Datasets“: http://www.mmds.org/

# A-Priori Algorithmus

- Wichtige Eigenschaft der häufigen Elementmengen: **Monotonie**

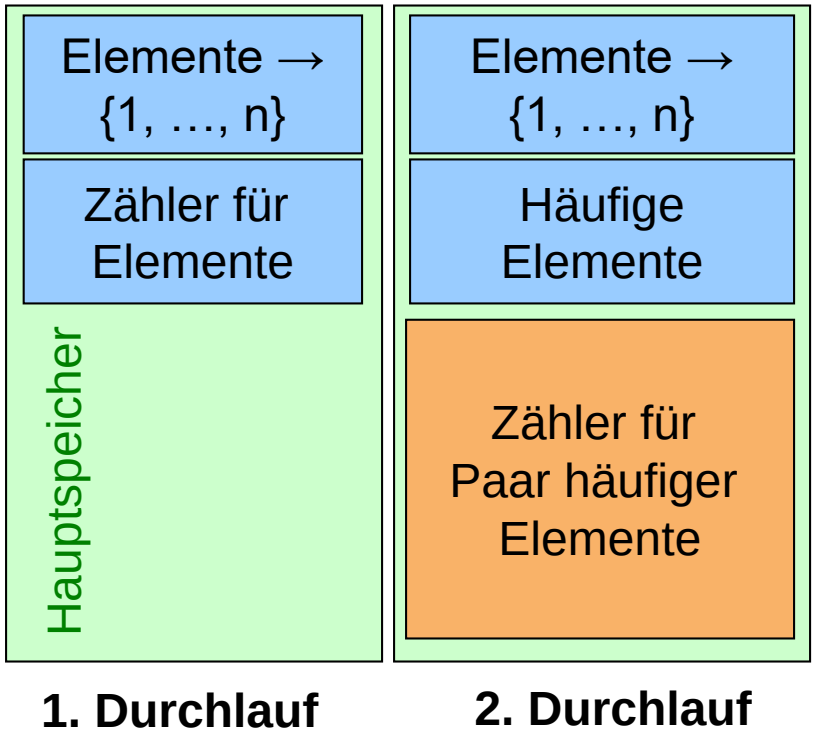
$$J \subseteq I \Rightarrow \sup(I) \leq \sup(J)$$

- *Gegenrichtung*: Falls eine Menge $J$ keine häufige Elementmenge ist, dann ist keine Menge $I$, welche $J$ enthält, eine häufige Elementmenge

- **A-Priori Algorithmus**: Begrenzung des benötigten (Haupt-) Speicherplatzes über zweifaches Einlesen aller Daten
  - 1. Durchlauf: Zählen aller Elemente (einelementige Mengen) und Auswahl der häufigen Elemente über Schwellenwert $s$
  - 2. Durchlauf: Zählen eines vorkommenden Paares nur dann, wenn beide Elemente häufig sind

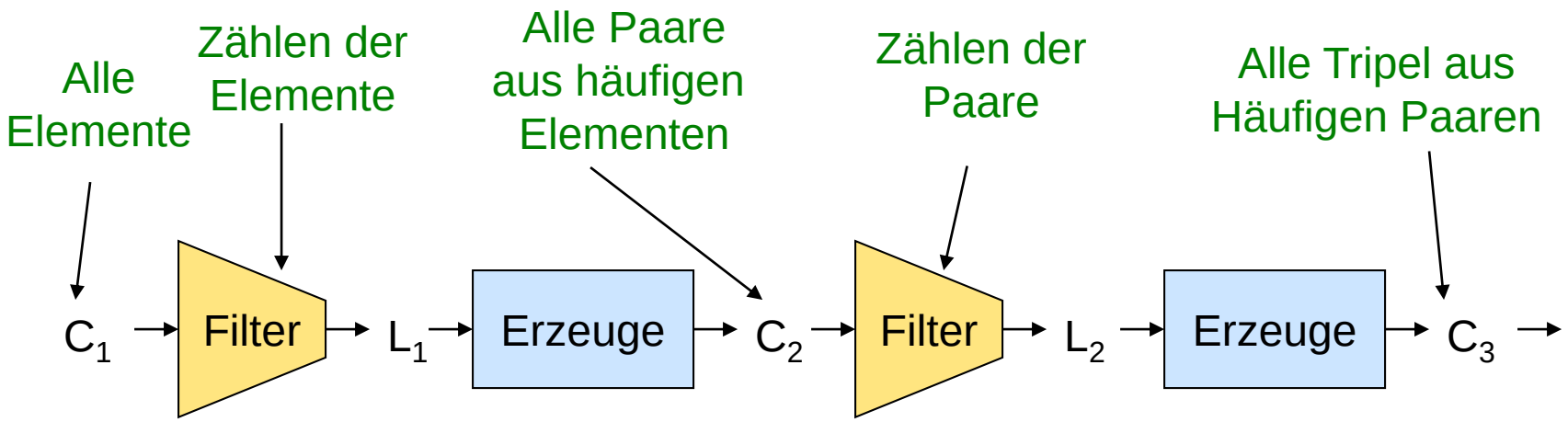
# A-Priori Algorithmus: Details

- Tabelle: Eindeutige Abbildung der Elemente auf die Zahlen 1, …, n
- **1. Durchlauf**: Zähler für Elemente ist einfaches Array der Länge n
- Danach: Neues Array der gleichen Länge, aber Zuordnung der häufigen Element zu neuer Nummerierung 1, …, m und seltene Elemente auf 0
- **2. Durchlauf**: Speicherung der Paare häufiger Elemente über Dreiecksmatrix/ spärlich besetzte Matrix



# Häufige Tripel etc.

- Weiterer Durchlauf für jede Menge der Größe k
- Menge $C_k$ von Kandidaten
  - Kandidat = Menge der Größe k, die aufgrund der Informationen über Mengen der Größe k-1 häufig sein könnten
  - Für einen Kandidat gilt: alle (k-1)-elementigen Teilmengen müssen häufig sein
- Menge $L_k$ der häufigen Mengen der Größe k



# Beispiel

$$C_1 = \{\{\text{b}\}, \{\text{c}\}, \{\text{j}\}, \{\text{m}\}, \{\text{n}\}, \{\text{p}\}\}$$

$$\downarrow$$

$$L_1 = \{\{\text{b}\}, \{\text{c}\}, \{\text{j}\}, \{\text{m}\}\}$$

$$\downarrow$$

$$C_2 = \{\{\text{b, c}\}, \{\text{b, j}\}, \{\text{b, m}\}, \{\text{c, j}\}, \{\text{c, m}\}, \{\text{j, m}\}\}$$

$$\downarrow$$

$$L_2 = \{\{\text{b, c}\}, \{\text{b, m}\}, \{\text{c, j}\}, \{\text{c, m}\}\}$$

$$\downarrow$$

$$C_3 = \{\{\text{b, c, m}\}\}$$

$$\downarrow$$

$$L_3 = \{\}$$

# Inhaltsverzeichnis

- **Einleitung**
- **A-Priori Algorithmus**
- **PCY Algorithmus**
- **Algorithmen mit weniger Durchläufen**
  - Zufallsstichprobe
  - SON Algorithmus
  - Algorithmus von Toivonen
- **Übungen**

**Literatur**: Kapitel 6 aus „Mining of Massive Datasets“: http://www.mmds.org/

# Park-Chen-Yu (PCY) Algorithmus

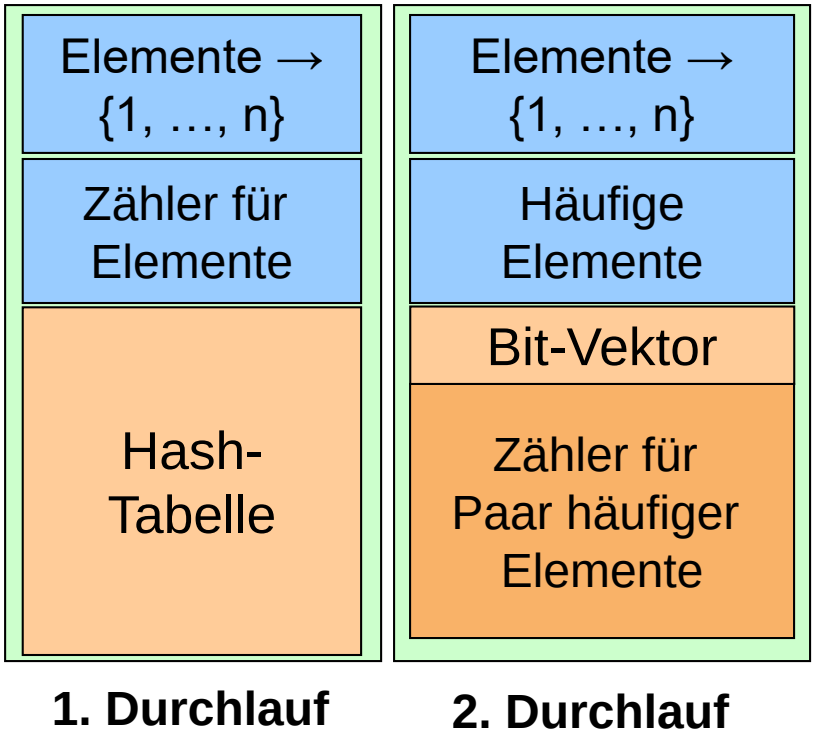
- In einigen Fällen könnte Hauptspeicher für den 2. Durchlauf des A-Priori Algorithmus nicht ausreichen
- *Idee*: Verwende den restlichen Speicherplatz im 1. Durchlauf, um die Kandidatenmenge weiter zu reduzieren

**PCY-Algorithmus:**

- Verwendung einer Hash-Funktion mit möglichst vielen Buckets und einem Array aus Zählern (ein Zähler pro Bucket)
- Für jeden Warenkorb:
  - Für jedes Element des Warenkorbs: Addiere 1 zu dem Zähler des Elements
  - **Für jedes Paar von Elementen:**
    - **Anwendung der Hash-Funktion auf Paar**
    - **Addiere 1 zu dem Zähler des Bucket**

# PCY Algorithmus

- Beobachtungen:
  - Falls ein Bucket ein häufiges Paar enthält (Support größer als ein Schwellenwert $s$), dann ist der Anteil $\left(\frac{Z\ddot{a}hler}{Anzahl\ der\ Warenk\ddot{o}rbe}\right)$ dieses Bucket größer als $s$
  - Auch seltene Paare (sup $< s$) können in Buckets mit einem Anteil $> s$ vorkommen
  - **Buckets mit einem Anteil $< s$ können keine häufigen Paare** (sup $> s$) **enthalten**
- *Folgerung*: Alle Paare aus Buckets mit Anteil $< s$ müssen im 2. Durchlauf nicht betrachtet werden
- Für 2. Durchlauf:
  - Ersetze Hash-Tabelle durch Bit-Vektor: 1 bedeutet, dass Anteil des Bucket größer als $s$ ist
  - Bit-Vektor benötigt nur $\frac{1}{32}$ des Speichers der Hash-Tabelle (Integer: 4 Byte)



# PCY Algorithmus

- **2. Durchlauf**: Zähle ein Paar $\{i, j\}$ genau dann, wenn
  - beide Element $i$ und $j$ häufig sind und
  - $\{i, j\}$ über die Hash-Funktion auf ein Bucket mit Wert 1 im Bit-Vektor abgebildet wird

- Anmerkungen:
  - **Große Anzahl an Buckets notwendig**
  - Die Buckets der Hash-Tabelle benötigen nur wenige Bytes: man muss nur bis $s \cdot (\text{Anzahl der Warenkörbe})$ zählen $\rightarrow$ Je nach Hauptspeicher: große Anzahl an Buckets möglich
  - PCY sollte 2/3 der Kandidaten eliminieren, damit Liste von Tripeln (spärlich besetzte Matrix) im 2. Durchlauf verwendbar und PCY tatsächlich effizienter als A-Priori
  - Falls Hauptspeicher für 2. Durchlauf noch nicht ausreichend: weitere Einschränkung der Kandidatenmenge über erneuten Durchlauf möglich (**Multistage PCY**)
  - In manchen Fällen ist es effizient, zwei verschiedene Hash-Funktionen anzuwenden und daraus zwei kleinere Bit-Vektoren zu erzeugen (**Multihash PCY**)

# Inhaltsverzeichnis

- **Einleitung**
- **A-Priori Algorithmus**
- **PCY Algorithmus**
- **Algorithmen mit weniger Durchläufen**
  - Zufallsstichprobe
  - SON Algorithmus
  - Algorithmus von Toivonen
- **Übungen**

**Literatur**: Kapitel 6 aus „Mining of Massive Datasets“: http://www.mmds.org/

# Zufallsstichprobe

- Ziehe Zufallsstichprobe, so dass alle Warenkörbe der Stichprobe und die benötigten Zähler in den Hauptspeicher passen
- Anwendung von A-Priori oder PCY im Hauptspeicher
- Nur ein Festplattendurchlauf für die Suche nach den häufigen Elementmengen **aller Größen**

- Vermeidung von **False Positives**: Verifiziere die über die Stichprobe ausgewählten häufigen Elementmengen durch einen *weiteren Durchlauf* (benötigt weniger Speicher, da weniger Kandidaten)
- Reduzierung der **False Negatives**: Kleineren Schwellenwert, z.B. $0.9 \cdot s$ (benötigt mehr Speicherplatz)

# SON Algorithmus

- Savasere-Omiecinski-Navathe (SON) Algorithmus:
  - Lade wiederholt eine feste Anzahl an Warenkörben (Chunk) in Hauptspeicher
  - Finde häufige Elementmengen **aller Größen**

- Gesamter Datensatz wird in Teilen durchlaufen und häufige Elementmengen der Chunks werden gespeichert

- **Keine False Negatives**: Eine Elementmenge kann nicht im gesamten Datensatz mit Schwellenwert $s$ häufig vorkommen, ohne in mindestens einem Chunk mit Schwellenwert $s$ häufig vorzukommen

- Aussortieren der **False Positives** über weiteren Durchlauf

# Algorithmus von Toivonen

- **1. Durchlauf**:
  - Ziehen einer Zufallsstichprobe, die Arbeit in Hauptspeicher erlaubt
  - Nimm die Elementmengen **aller Größen**, die mit Schwellenwert $0.9 \cdot s$ häufig sind, als *Kandidaten*
  - Erstellen der **Negativen Grenze** zu Kandidaten: eine Menge ist in der Negativen Grenze falls sie kein Kandidat ist, aber alle direkten Untermengen (Untermengen mit genau einem Element weniger) Kandidaten oder die leere Menge sind

- Beispiel: Grundmenge {A,B,C,D,E} wobei {A}, {B}, {C}, {D}, {B,C}, {C,D} häufig in Stichprobe vorkommen
  - Negative Grenze: {E}, {A,B}, {A,C}, {A,D}, {B,D}
  - Die anderen Paare sind nicht in Negativen Grenze, da sie entweder E enthalten oder häufig vorkommen
  - Kein Tripel ist in Negativen Grenze

# Algorithmus von Toivonen

- **2. Durchlauf**: Zählen der Kandidaten und der Elemente der Negativen Grenze im gesamten Datensatz
  - Aussortieren der **False Positives**
  - Falls kein Element der Negativen Grenze häufig vorkommt, wurden alle häufigen Elementmengen gefunden (**keine False Negatives**)
  - Falls ein Element der Negativen Grenze häufig vorkommt, muss der Algorithmus mit neuer Zufallsstichprobe wiederholt werden (evtl. mit geringerem Schwellenwert)
- **Satz**: Falls eine Elementmenge S häufig im gesamten Datensatz aber nicht in der Zufallsstichprobe vorkommt, dann enthält die Negative Grenze mind. eine Menge, die häufig im gesamten Datensatz vorkommt.
- *Beweis*:
  - Sei T die kleinste Untermenge von S die nicht häufig in der Stichprobe vorkam, aber jede Teilmenge von T kam häufig in Stichprobe vor
  - Dann ist T in der Negativen Grenze.
  - Da S häufig in gesamter Menge, ist auch T häufig in gesamten Menge (Monotonie)

# Inhaltsverzeichnis

- **Einleitung**
- **A-Priori Algorithmus**
- **PCY Algorithmus**
- **Algorithmen mit weniger Durchläufen**
  - Zufallsstichprobe
  - SON Algorithmus
  - Algorithmus von Toivonen
- **Übungen**

**Literatur**: Kapitel 6 aus „Mining of Massive Datasets“: http://www.mmds.org/

# Übung 1

Gegeben sind 100 verschiedene Elemente und 100 Warenkörbe. Sowohl die Elemente als auch die Warenkörbe werden durch die Zahlen 1, …, 100 gekennzeichnet. Für die Zusammensetzung der Warenkörbe gilt: Element i ist in Korb b genau dann, wenn b durch i teilbar ist.

Beispiele:

- Korb 1: {1}
- Korb 2: {1,2}
- Korb 3: {1,3}
- Korb 4: {1,2,4}
- Korb 5: {1,5}
- Korb 6: {1,2,3,6}
- …
- Korb 71: {1,71}
- …
- Korb 99: {1,2,9,11,33,99}
- Korb 100: {1,2,4,5,10,20,25,50,100}

Berechnen Sie die Confidence der folgenden Regeln:

a) $\{5,7\} \rightarrow 2$

b) $\{2,3,4\} \rightarrow 5$

# Übung 1: Lösung

Berechnen Sie die Confidence der folgenden Regeln:

a) $\{5,7\} \rightarrow 2$

- sup({5,7}) = 2 (Körbe 35 & 70)
- sup({2,5,7}) = 1 (Korb 70)
- conf({5,7} $\rightarrow$2) = 1/2

b) $\{2,3,4\} \rightarrow 5$

- sup({2,3,4}) = sup({3,4}) = 8 (Körbe 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96)
- sup({2,3,4,5}) = 1 (Korb 60)
- conf({2,3,4} $\rightarrow$ 5) = 1/8

# Übung 2: Lösung

Wenden Sie den A-Priori Algorithmus auf den Datensatz aus Übung 1 und den Schwellenwert $s = 0.1$ an!

$$C_1 = \{1,2,3,\dots,100\}$$

$$\downarrow$$

$$L_1 = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$$

$$\downarrow$$

$$C_2 = \{\{1,2\},\{1,3\},\dots,\{1,10\},\{2,3\},\dots,\{2,10\},\dots,\{9,10\}\}$$

$$\downarrow$$

$$L_2 = \begin{Bmatrix}\{1,2\},\{1,3\},\dots,\{1,10\},\{2,3\},\{2,4\},\{2,5\},\{2,6\},\\ \{2,8\},\{2,10\},\{3,6\},\{3,9\},\{4,8\},\{5,10\}\end{Bmatrix}$$

$$\downarrow$$

$$C_3 = \begin{Bmatrix}\{1,2,3\},\{1,2,4\},\{1,2,5\},\{1,2,6\},\{1,2,8\},\{1,2,10\},\\ \{1,3,6\},\{1,3,9\},\{1,4,8\},\{1,5,10\},\{2,3,6\},\{2,4,8\},\{2,5,10\}\end{Bmatrix} = L_3$$

$$\downarrow$$

$$C_4 = \{\{1,2,3,6\},\{1,2,4,8\},\{1,2,5,10\}\} = L_4$$

# Übung 3: Lösung

Gegeben ist folgender Datensatz bestehend aus 12 Warenkörben:

| | | | |
|---|---|---|---|
| {1,2} | {2,3,4} | {3,4,5} | {4,5,6} |
| {1,3,5} | {2,4,6} | {1,3,4} | {2,4,5} |
| {3,5} | {1,2,4} | {2,3,5} | {3,4} |

Verwenden Sie den PCY Algorithmus mit $s = 1/3$ und der Hash-Funktion $h(\{i,j\}) = (i \cdot j) \bmod 11$, um alle häufigen Paare zu finden!

| Element | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Zähler | 4 | 6 | 7 | 8 | 6 | 2 |

| | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 2 | | 6 | 8 | 10 | 1 |
| 3 | | | 1 | 4 | 7 |
| 4 | | | | 9 | 2 |
| 5 | | | | | 8 |

| Bucket | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Zähler | 5 | 4 | 2 | 6 | 1 | 2 | 0 | 5 | 3 | 2 | 0 |

# Übung 3: Lösung

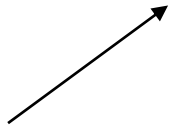
Gegeben ist folgender Datensatz bestehend aus 12 Warenkörben:

| | | | |
|---|---|---|---|
| {1,2} | {2,3,4} | {3,4,5} | {4,5,6} |
| {1,3,5} | {2,4,6} | {1,3,4} | {2,4,5} |
| {3,5} | {1,2,4} | {2,3,5} | {3,4} |

Verwenden Sie den PCY Algorithmus mit $s = 1/3$ und der Hash-Funktion $h(\{i,j\}) = (i \cdot j) \bmod 11$, um alle häufigen Paare zu finden!

| Element | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Zähler | 4 | 6 | 7 | 8 | 6 | 2 |

| | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 2 | | 6 | 8 | 10 | 1 |
| 3 | | | 1 | 4 | 7 |
| 4 | | | | 9 | 2 |
| 5 | | | | | 8 |



| Bucket | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Zähler | 5 | 4 | 2 | 6 | 1 | 2 | 0 | 5 | 3 | 2 | 0 |

# Übung 3: Lösung

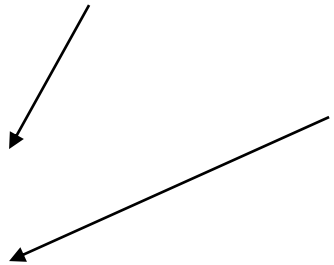
Gegeben ist folgender Datensatz bestehend aus 12 Warenkörben:

| | | | |
|---|---|---|---|
| {1,2} | {2,3,4} | {3,4,5} | {4,5,6} |
| {1,3,5} | {2,4,6} | {1,3,4} | {2,4,5} |
| {3,5} | {1,2,4} | {2,3,5} | {3,4} |

Verwenden Sie den PCY Algorithmus mit $s = 1/3$ und der Hash-Funktion $h(\{i,j\}) = (i \cdot j) \bmod 11$, um alle häufigen Paare zu finden!

| Element | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Zähler | **4** | **6** | **7** | **8** | **6** | 2 |

| | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | | 2 | | |
| 2 | | | 4 | | |
| 3 | | | 4 | 4 | |
| 4 | | | | | |
| 5 | | | | | |



| | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 2 | | 6 | 8 | 10 | 1 |
| 3 | | | 1 | 4 | 7 |
| 4 | | | | 9 | 2 |
| 5 | | | | | 8 |

# Übung 4: Lösung

Gegeben ist folgender Datensatz bestehend aus 12 Warenkörben:

| | | | |
|---|---|---|---|
| **{1,2}** | **{2,3,4}** | **{3,4,5}** | **{4,5,6}** |
| {1,3,5} | {2,4,6} | {1,3,4} | {2,4,5} |
| {3,5} | {1,2,4} | {2,3,5} | {3,4} |

Verwenden Sie den Algorithmus von Toivonen mit $s = 1/3$! Die Stichprobe besteht aus den 4 Warenkörben der ersten Zeile. Der reduzierte Schwellenwert soll bei $1/4$ liegen.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| **4** | **6** | **7** | **8** | **6** | 2 |

- Häufige Elementmengen in Stichprobe: {1}, {2}, {3}, {4}, {5}, {6}, {1,2}, {2,3}, {2,4}, {3,4}, {3,5}, {4,5}, {4,6}, {5,6}, {2,3,4}, {3,4,5}, {4,5,6}
- Negative Grenze: {1,3}, {1,4}, {1,5}, {1,6}, {2,5}, {2,6}, {3,6}

| | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 0 |
| 2 | | 2 | 4 | 2 | 1 |
| 3 | | | 4 | 4 | 0 |
| 4 | | | | 3 | 2 |
| 5 | | | | | 1 |